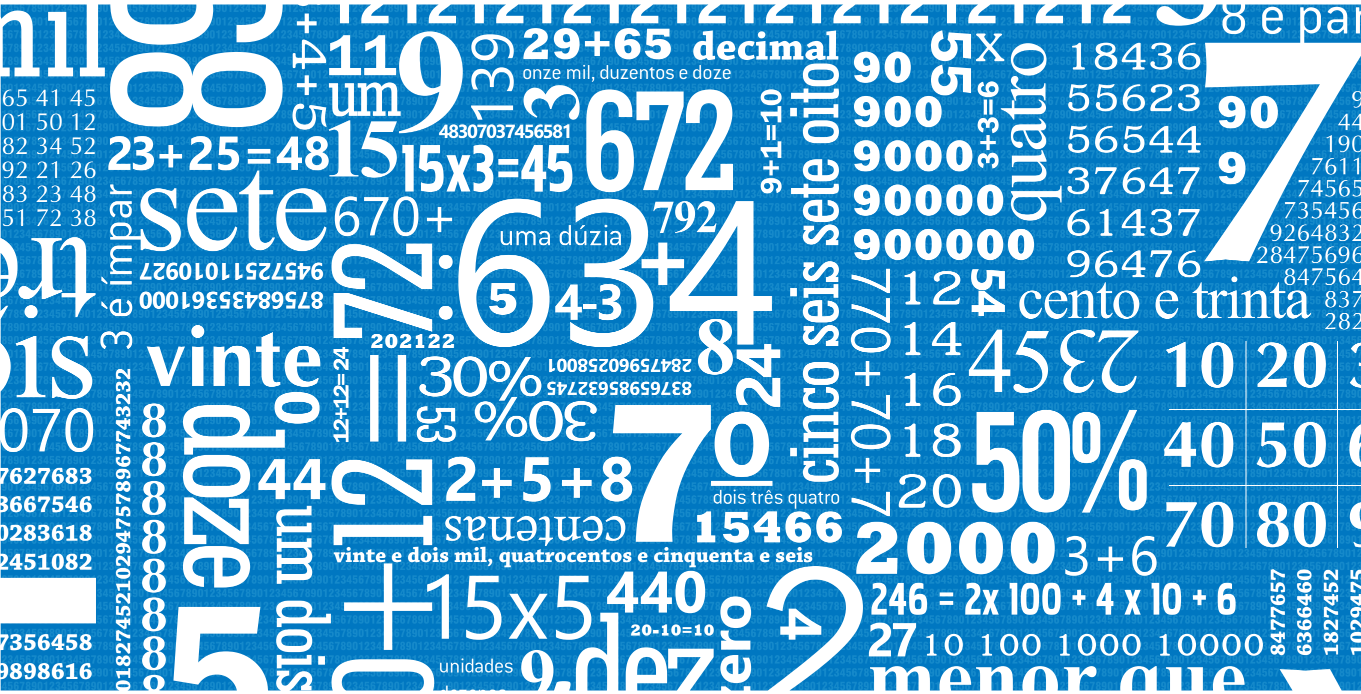


O DESENVOLVIMENTO DO SENSO NUMÉRICO E O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Módulo I

Klabin Semeando Educação

Klabin

KODS

OBJETIVOS KLABIN PARA O DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL

Em 2015, a Organização das Nações Unidas lançou 169 metas a serem cumpridas até 2030. Essas metas foram divididas em 17 categorias, com o objetivo de transformar o mundo. Elas foram chamadas de Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, ou ODS.

Aqui na Klabin, o compromisso de conservar a natureza e construir um futuro sustentável faz parte do nosso DNA. Não é por acaso que cuidamos dos ecossistemas das regiões onde atuamos, investimos em soluções para que nossas operações industriais sejam mais eficientes e usem menos recursos naturais e buscamos parcerias locais.

Pensando no que os ODS propõem e na visão de mundo da Klabin, em 2016 aderimos voluntariamente aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável e priorizamos 14 itens para criarmos a nossa própria Agenda Klabin 2030.

A agenda tem 23 temas materiais e seus 25 objetivos de curto, médio e longo prazo, os quais chamamos de KODS - Objetivos Klabin para o Desenvolvimento Sustentável.

O Klabin Semeando Educação tem objetivos intrínsecos voltados à melhoria da educação pública. Suas práticas ocorrem através do apoio às Secretarias de Educação dos municípios onde a Klabin S/A atua, oportunizando práticas impulsionadoras de gestão e formação escolar na busca de uma educação pública mais equitativa, mais inclusiva e de qualidade.

A partir das quatro frentes de trabalho – Gestão Educacional, Formação Pedagógica, Recursos e Infraestrutura e Práticas Avaliativas – o foco do Klabin Semeando Educação é um compromisso para que a empresa também possa contribuir com a meta desafiadora do ODS 4 - Educação com Qualidade ao longo da vida de todos e todas.

O Caderno de Formação que você acaba de receber é mais um dos instrumentos oferecidos por este Programa para apoiar a formação contínua do público participante.

Aproveitem! Boa leitura!

O DESENVOLVIMENTO DO SENSO NUMÉRICO E O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Módulo I

Esta publicação integra o material pedagógico produzido e adotado
pela Interação Urbana no projeto Klabin Semeando Educação.

2021

Uma primeira conversa...

Matemática. Como esta palavra soa em sua memória? Suas lembranças como aluno(a) no Ensino Fundamental apontam para caminhos emaranhados e complicados ou para rotas desafiadoras e prazerosas? Essa jornada influenciou sua maneira de ver e lidar com a disciplina no dia a dia? Refletir sobre isso nos mostra o quanto a Matemática no Ensino Fundamental é importante e o quanto podemos torná-la atrativa aos nossos alunos, promovendo, de fato, aprendizagens que os acompanharão por toda a vida.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as crianças estão ampliando seu modo de se relacionar com o mundo e com o conhecimento, têm mais autonomia, grande potencial, interesse e curiosidade para aprender de forma ativa.

O curso de Matemática do Projeto Klabin Semeando Educação, organizado em módulos de formação, foi elaborado com o intuito de ajudar os alunos a perceberem o quanto a Matemática faz sentido e que eles também podem fazer, descobrir e aprender Matemática de maneira significativa.

Nessa fase privilegiada em termos de desenvolvimento cerebral, que são os anos iniciais do Ensino Fundamental, são mobilizadas operações cognitivas cada vez mais complexas, consolidam-se aprendizagens anteriores e ampliam-se as experiências e práticas nas diferentes áreas. Isso significa que, de acordo com a Neurociência, o chamado cérebro racional ou neocórtex, responsável pelo pensamento, racionalidade e consciência, está mais desenvolvido nesse período do que na Educação Infantil, embora ainda não esteja completo, já que segue desenvolvendo-se até a vida adulta. Essa região cerebral é responsável pela integração de comportamentos complexos, aprendizagem e memória e, consequentemente, pelo processamento de informações.

As habilidades cognitivas, associadas às motoras, emocionais, sociais e éticas, englobam o desenvolvimento linguístico, matemático e científico e têm seu ápice nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Por muitos anos, o currículo da área de Matemática na Educação Básica enfatizou o conhecimento numérico e as operações, ao passo que, nos demais campos, não eram garantidas sequer as noções básicas. Embora conteúdos como recitação, contagem e cálculos sejam importantes, o currículo não pode se restringir a eles, já que há outros conhecimentos matemáticos necessários às aplicações sociais e à formação acadêmica.

As propostas deste curso partem de situações-problema, em que é preciso refletir e relacionar, muitas vezes, conhecimentos de diferentes campos e naturezas e, não somente, aplicar, de imediato, um conteúdo recém-explorado. A fim de garantir, de fato, que a aprendizagem se efetive, são priorizadas idas e vindas, retomadas e sistematizações de conhecimentos ao longo dos encontros de formação nos diferentes módulos.

Nessa perspectiva, o seu papel como professor é instrumentalizar os alunos, de modo que sejam bons resolvedores de problemas, que disponham de estratégias eficazes, que sejam flexíveis, críticos e que possam monitorar seu próprio processo de resolução, que consiste em utilizar um método de forma ordenada, criado por ele mesmo, sem uma técnica única específica.

Resolver problemas envolve um processo mental, antes de mais nada, que leva à busca de soluções e respostas. Em Matemática, é o foco de ensino, em que são postos em prática conteúdos e conceitos aprendidos anteriormente.

Sumário

FICHA TÉCNICA

Coordenação geral Mauro Zanin e Marco Aurélio de Lima e Myrrha
Coordenação técnica Patrícia Terezinha Cândido
Elaboração Letícia Vieira Oliveira Giordano
Ilustrações André Xavas (pág. 9, 17, 19, 21, 24, 26, 36, 37, 47, 50, 61 e 62)
Serviços editoriais Cidadela Editora / Act Design Gráfico

Introdução

A maneira pela qual ensinamos Matemática e organizamos nossa prática reflete a concepção que temos de aprendizagem, de ensino, de Educação e da própria Matemática. A aula de um professor que entende a aprendizagem matemática como a construção de conceitos será bastante diferente da aula daquele que acredita que para aprender Matemática é necessário muito treino e atenção. As políticas educacionais vigentes em um país também interferem nas decisões e posturas de um professor em sala de aula.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), de 1996, regulamentou, dentre outras questões, a elaboração de uma base nacional comum para a Educação Básica. Desde então, durante cerca de 20 anos, a Educação no Brasil foi orientada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que traziam uma série de habilidades e competências que os alunos precisavam ter desenvolvidas ao final de cada ciclo para cada disciplina. Apesar de apresentar uma indicação dos conteúdos que deveriam ser trabalhados para atingir tais objetivos, os PCNs não eram considerados currículo, apenas uma indicação do caminho a ser trilhado por cada escola.

A primeira conversa formal sobre a implementação de um currículo nacional ocorreu na Conferência Nacional de Educação (CONAE), em 2010, sendo a discussão consolidada em 2014 com a inserção de metas relacionadas a uma Base Nacional Comum Curricular no Plano Nacional de Educação (PNE). Após estudos, seminários e discussões sobre o conteúdo desse documento, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi homologada na sua versão final em dezembro de 2018.

Diante do exposto, podemos afirmar que atualmente os princípios e pressupostos educacionais estão pautados na BNCC, um documento normativo que indica conhecimentos e competências essenciais de serem desenvolvidas em cada ano escolar. De acordo com esse documento, "a noção de competência é utilizada no sentido da mobilização e aplicação dos conhecimentos escolares, entendidos de forma ampla (conceitos, procedimentos, valores e atitudes). Assim, ser competente significa ser capaz de, ao se defrontar com um problema, ativar e utilizar o conhecimento construído". (BRASIL, 2018, p. 16)

A BNCC ressalta também o compromisso que cada instituição de ensino precisa ter em relação à educação integral do estudante. Mais do que acumular informações, espera-se que o sujeito seja criativo, analítico-crítico, participativo, produtivo e responsável. (BRASIL, 2017, p. 17).

Isso significa dizer que não é suficiente conhecer os conteúdos da Matemática e saber realizar procedimentos rotineiros e isolados. As competências específicas de Matemática incluem o desenvolvimento do raciocínio lógico, da habilidade de observar e analisar situações criticamente, da argumentação e da capacidade de estabelecer relações. Além disso, espera-se que os estudantes apresentem uma postura autônoma, cooperativa e investigativa ao resolver situações problema, perpassando pela mobilização de conhecimentos, levantamento de hipóteses, elaboração de estratégias e aplicação das mesmas em busca de uma solução.

Para que a Educação Básica possa alcançar esses objetivos e os alunos se desenvolverem adequadamente, entendemos que as práticas escolares precisam ser coerentes a esse projeto de educação integral. Desse modo, faz-se necessário buscar uma qualidade das ações que os alunos exercem na sala de aula, a criação de um ambiente de aprendizagem positivo – no qual falar e ouvir são habilidades em constante construção – e a proposição de situações desafiadoras e que exijam o protagonismo dos estudantes.

Neste curso discutiremos como a Matemática pode contribuir para a formação integral dos alunos no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Números, incluindo aqui o desenvolvimento do senso numérico e do entendimento do Sistema de Numeração Decimal. Para isso, optamos por trazer sugestões de práticas aliadas a discussões teóricas sobre o tema.

23+25=48
sete
é ímpar
3
9457251010927
8756843536l000
vinte
12+12=24
dois
três
+1070
7627683
3667546
0283618
2451082
7356458
44
doze
um

1 Sentido numérico

Para discutirmos sobre o desenvolvimento do sentido numérico nos basearemos nos estudos de Constance Kamii e de Graça Cebola. Separamos alguns trechos dessas autoras para começar nossa conversa:

"O número é a relação criada internamente por cada indivíduo." (KAMII, 2010, p. 18)

"[...] a estrutura lógico matemática de número não pode ser ensinada diretamente, uma vez que a criança tem que construí-la por si mesma." (KAMII, 2010, p.31)

"O sentido de número é, [...] algo impreciso, pessoal e personalizado, que está relacionado com as ideias que cada um foi estabelecendo sobre números e as operações e que nem sempre é fácil de descrever." (CEBOLA, 2005, p. 226)

"[...] quando falamos em sentido de número em Matemática, nos referimos à capacidade de obter decisões inteligentes baseadas numa clara compreensão das relações matemáticas e no contexto ou aplicação dessas relações. (CEBOLA, 2005, p. 229)

"[...] é hoje notório que as crianças e adultos necessitam de um maior sentido do número do que em épocas passadas [...] a era tecnológica em que vivemos faz com que possuir o sentido do número seja uma das características que permite distinguir o ser humano do computador." (CEBOLA, 2005, p. 238)

Antes de ler o texto que segue, responda: Que perguntas lhe vêm à cabeça a partir da leitura dos trechos citados anteriormente?

Quando podemos dizer que uma criança já sabe números? Quais habilidades estão associadas a esse conhecimento? Será que saber contar oralmente é suficiente ou é necessário estabelecer o número escrito a uma quantidade?

Que tal pensar um pouco mais sobre esse assunto?

A construção do conceito de número é uma das principais expectativas de aprendizagem nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Diversos pesquisadores se dedicaram a discutir sobre como aprendemos sobre números. Apresentaremos aqui as contribuições de alguns estudos a respeito do tema.

Constance Kamii, suíça radicada nos Estados Unidos, doutora em Educação e Psicologia, é autora de diversos trabalhos relacionados à teoria piagetiana. Em um dos seus livros, Kamii retoma a ideia de Piaget sobre a construção do conceito de número como "uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva). Uma é de *ordem* e outra é a *inclusão hierárquica*." (KAMII, 2010, p.22)

Por *ordem*, entende-se a capacidade de ordenar mentalmente os elementos envolvidos em uma contagem, de modo a não saltar nenhum deles ou contá-los duas vezes. Muitas vezes percebemos que os alunos contam de modo efetivo quando os objetos estão organizados em fila ou quando estão soltos e podem ser agrupados, isto é, se apoiam em separações físicas para quantificar os elementos. Para Piaget e Kamii, o sujeito terá construído o conceito de número em uma contagem quando der conta de fazer da ordenação uma operação mental sobre os objetos a serem contados. Sem tocar nos objetos, enumerá-los mentalmente garantindo que todos sejam contados uma e apenas uma vez.

Por *inclusão hierárquica* entende-se o conhecimento de que um número inclui a quantidade que o precede. Quando pedimos para uma criança pequena contar um certo grupo de elementos, muitas vezes elas associam as palavras "um", "dois", "três" a cada um dos objetos sem pensar em quantificação, é como se cada objeto ganhasse um nome. Isso fica claro quando pedimos para que nos mostrem onde tem três objetos e elas nos apontam o terceiro. Ou ainda quando perguntamos quantos objetos há no grupo e ela reinicia a contagem; não compreende que a resposta "três" indica o conjunto na totalidade.

Por isso, Kamii afirma que o número é uma relação interna que evidencia uma estrutura lógico matemática e não pode ser ensinada diretamente. Conseguimos ensinar o nome, a escrita e a sequência numérica, mas esse conhecimento não é suficiente para afirmar que a criança já aprendeu sobre número. Muitas vezes encoraja-se a recitação ou a escrita de números sem que a criança tenha construído o seu sentido. A pesquisadora reflete sobre essa prática:

> *A representação com signos é superenfatizada na educação inicial e eu prefiro colocá-la em segundo plano. Muito frequentemente os professores ensinam as crianças a contar, ler e escrever numerais, acreditando que assim estão ensinando conceitos numéricos. É bom para a criança aprender a contar, ler e escrever numerais, mas é muito mais importante que ela construa a estrutura mental de número. Se a criança tiver construído esta estrutura, terá maior facilidade em assimilar os signos a ela. Se não a construiu, toda a contagem, leitura e escrita de numerais serão feitas apenas de memória (decorando). (KAMII, 2010, p. 39)*

É importante, portanto, reconhecer a diferença entre o contar de memória (recitar a sequência numérica) e contar com significado numérico. O significado de número é proveniente da estrutura lógico matemática construída internamente.

Atualmente, os pesquisadores têm usado o termo "sentido numérico" para descrever a intuição do sujeito acerca dos números. É o caso da professora da Escola Superior de Educação de Portalegre, em Portugal, Graça Cebola. Os estudos mais recentes têm mostrado que saber números vai muito além das ações relacionadas à comparação e quantificação de elementos de um grupo.

Cebola, em um dos seus artigos, ressalta que o sentido numérico considera cinco componentes, a saber:

1) Desenvolvimento dos conceitos elementares de número: entender o caráter cardinal e ordinal de um número.

2) Exploração das relações entre os números: composição e decomposição; isso é, entender que o número 25 pode ser compreendido como 20 + 5, ou 10 + 15, ou metade de 50, ou o quíntuplo de 5.

3) Compreensão do valor relativo dos números: o número 50 é grande se comparado com o 4 e pequeno se comparado com 400.

4) Desenvolvimento da intuição do efeito relativo das operações nos números: saber analisar se um dado resultado para uma operação numérica é razoável ou não.

5) Desenvolvimento de referenciais para medir objetos comuns e situações do mundo que nos rodeia: estimar e analisar a razoabilidade de números que representam medidas.

Podemos observar, portanto, que os estudos atuais ampliam o olhar para a construção do conceito de número. O sentido numérico é estendido para a "compreensão genérica que cada pessoa tem dos números e das operações." (CEBOLA, 2005, p. 225). Isso significa dizer que o sentido do número interage com o sentido de operação.

Cebola elenca sete competências que devem ser desenvolvidas pelos alunos na escola básica:

1) **Reconhecer as várias utilizações dos números**: usar números para quantificar (cardinais), rotular (códigos), medir (comparação com unidades de medida) e localizar (ordinais). Por exemplo: o número 5 pode representar a quantidade de dedos de uma mão, ou o número de um ônibus, ou ainda a altura em metros de um prédio ou ainda a posição de um atleta em uma corrida.

2) **Reconhecer a adequação dos números**: saber que tipos de números, inteiros ou não inteiros, são mais adequados para cada contexto. Por exemplo: o número 42,5 pode indicar a medida em centímetros de um pedaço de barbante, mas não a quantidade de músicas em uma playlist.

3) **Associar números de diferentes grandezas com objetos, acontecimentos e situações reais**: saber que números são mais adequados para cada contexto. Por exemplo: o número 235 pode indicar o valor de uma compra no mercado, mas não a idade de uma pessoa. Uma porcentagem que indica a quantidade de alunos do sexo masculino não pode passar de 100%, mas o índice de variação de preço de um produto pode ser de 140%.

4) **Estimar os resultados de uma operação**: fazer uma estimativa de somas, diferenças, produtos e quocientes é útil para avaliar o resultado obtido em uma conta, por exemplo.

5) **Identificar relações entre números e medidas**: compreender a relação entre valores. Por exemplo: 5 é divisor de 30, 30 é múltiplo de 5, 5 é menor que 30; 1 hora tem 60 minutos; 1 km tem 1.000 m.

6) **Reconhecer conjuntos e subconjuntos, ou relações entre as partes e o todo**: identificar relações entre partes e todos auxilia em decisões sobre as grandezas de números. Por exemplo: se o Brasil tem cerca de 209 milhões de habitantes, a população do Estado do Paraná tem de ser bastante inferior a esse número.

7) **Compreender aspectos que estabeleçam relações matemáticas, bem como relações temporais**: interpretar e utilizar relações matemáticas como: maior que, menor que, no máximo, no mínimo, dez vezes mais, a partir de agora, mais cedo, simultaneamente etc.

Isso posto, podemos afirmar que o sentido numérico é desenvolvido continuamente a partir das experiências, hipóteses e relações criadas pelos alunos. Saber números é muito além de saber recitar sequências numéricas, escrever símbolos ou mesmo quantificar elementos de um conjunto. Vale destacar que a ampliação da compreensão sobre sentido numérico tem relação com o que se espera de um cidadão nos dias atuais. Como nos lembra Cebola:

> *"[...] é hoje notório que as crianças e adultos necessitam de um maior sentido do número do que em épocas passadas [...] a era tecnológica em que vivemos faz com que o possuir o sentido do número seja uma das características que permite distinguir o ser humano do computador." (CEBOLA, 2005, p. 238)*

Diante do exposto, deseja-se que a criança desenvolva um sentido numérico que vá além da reprodução e assimilação de técnicas de cálculo. O que se espera é que a criança aja de modo inteligente em relação a números.

Apesar de os estudos de Kamii se debruçarem sobre uma pequena parte do conceito de sentido numérico apresentado por Cebola, a pesquisadora nos dá pistas com relação ao papel do professor nesse processo:

> *Uma vez que esta (estrutura mental do número) não pode ser ensinada diretamente, o professor deve priorizar o ato de encorajar a criança a pensar ativa e autonomamente em todos os tipos de situações. [...] A tarefa do professor é a de encorajar o pensamento espontâneo da criança, o que é muito difícil, porque a maioria de nós foi treinada para obter das crianças a produção de respostas "certas". (KAMII, 2010, p. 40)*

Vimos que não é possível "transmitir" o conceito de número em toda a sua complexidade. Desse modo, cabe ao professor elaborar e propor práticas em sala de aula que permitam o desenvolvimento do sentido numérico em toda a sua potencialidade.


onze mil, duzentos e doze
um
48307037456581
15x3=45
672
670+
uma dúzia
792
4-3
202122
12+12= 24
30%
2+5+8
centenas
vinte e dois mil, quatrocentos e cinquenta
15x5
440
20-10=10
unidades
dezenas
dez
zero
dois

2 Problemas numéricos em cenários ou cenas

Nas séries iniciais do Ensino Fundamental sugere-se a proposição de situações diversas nas quais os alunos precisam lidar com números como indicadores de quantidade. Por meio de diferentes estratégias os alunos realizam contagens, pareamento, agrupamento e distribuição de objetos, além de comparação de quantidades.

Vimos que encorajar as crianças a pensarem sobre número e quantidade de objetos em contextos significativos para elas pode auxiliá-las no aperfeiçoamento do sentido numérico. Quando o aluno compara e opera com números, está desenvolvendo noções relacionadas a números.

Entendemos que as situações de quantificação e comparação de quantidades ocorrem no cotidiano da sala de aula. É bastante comum que tenhamos que pensar na divisão de alunos por grupos, dividir igualmente uma quantidade de objetos, separar materiais na quantidade correta de alunos, conferir a quantidade de peças de um jogo no momento de guardá-los etc. Essas atividades normalmente são realizadas pelos professores, mas ao propor parte dessas decisões aos alunos estamos gerando oportunidades para que eles pensem sobre números.

Podemos, por exemplo, propor que um aluno traga a quantidade suficiente de copos para os alunos do seu grupo. Ou então entregar uma quantidade de lápis de cor em um grupo e propor que dividam entre si de uma forma justa. Ao combinar uma tarefa que necessite de caixinhas, os alunos podem ajudar a descobrir se já há a quantidade suficiente. Essas e muitas outras situações corriqueiras que acontecem em sala de aula podem se constituir uma oportunidade para os alunos lidarem com números.

Uma proposta para favorecer o desenvolvimento do sentido numérico é usar cenários com objetos móveis para resolver problemas. Em um dado contexto os alunos podem agrupar, parear e organizar os objetos do modo mais adequado a cada situação problema a fim de resolvê-la. É possível ainda propor problemas em cenas ilustradas, sem a possibilidade de mexer os objetos. Em situações de comparação de quantidades e contagem, trata-se de um novo desafio, uma vez que não é mais possível mover os objetos para agrupá-los.

São necessárias ordenação e organização mentais dos objetos a serem quantificados ou comparados.

Tipos de conhecimento

Jean Piaget, em seus estudos, estabeleceu três tipos de conhecimento, considerando o modo de estruturação mental.

O primeiro deles é o **conhecimento físico**. Trata-se do reconhecimento de características do objeto, como cor, textura, material. Dizemos que a fonte desse conhecimento é externa ao indivíduo, está no próprio objeto.

O **conhecimento social**, por sua vez, é o saber transmitido socialmente, como os nomes dos objetos ou de pessoas, para que se usa um objeto, as normas sociais, a escrita das letras etc. A fonte do conhecimento social também é externa porque assimilamos o que o outro nos transmite.

Há ainda o **conhecimento lógico matemático**, aquele que se refere às relações entre os objetos criadas pelo indivíduo. Questões relacionadas à comparação de medidas, de quantidades ou de contagem mobilizam esse tipo de conhecimento. A fonte do conhecimento lógico matemático não se encontra no objeto, mas sim no próprio pensamento do indivíduo, é interna.

Significados dos números

Problemas de cenários ou cenas são interessantes para trabalhar os diferentes significados de números. Em situações de contagem, o número é **cardinal**, isso é, representa a quantidade de elementos de um conjunto. Os números podem assumir ainda o caráter **ordinal**, indicando a localização de um elemento em uma sequência, como em uma fila, por exemplo. E é possível ainda usar os números de modo **nominal**, nesse caso o número não indica quantidade ou posição, trata-se apenas de uma identificação, um código. Por exemplo:

Felipe está esperando o ônibus da linha **5**,

ele é o rapaz que segura **5** livros nos braços,

a **5ª** pessoa da fila

número nominal

número cardinal

número ordinal


29+65
decimal
nze mil, duzentos e doze
6581
672
9+1=10
sete oito
90
900
9000
90000
3+3=6
792
a dúzia
4-3
cinco seis
12
14
16
18
20
54
70+70
28475960258001
8376598563274
dois três quatro
15466
trocentos e cinquenta e seis
200
440
246 = 2x

3 Brincadeiras

Brincar é uma atividade lúdica, isso é, visa ao divertimento desobrigado de qualquer outra intencionalidade. Há uma noção de espontaneidade no brincar. Apesar de despretensiosa, a brincadeira é uma ação que auxilia no desenvolvimento da criança. Smole, Diniz e Cândido acreditam que:

> *[...] brincar é mais que uma atividade lúdica, é um modo para obter informações, respostas e contribui para que a criança adquira uma certa flexibilidade, vontade de experimentar, buscar novos caminhos, conviver com o diferente, ter confiança, raciocinar, descobrir, persistir e perseverar; aprender a perder percebendo que haverá novas oportunidades para ganhar. (SMOLE, DINIZ E CÂNDIDO, 2000, p.14)*

Isso significa dizer que, enquanto brinca, a criança aprende. Por isso, acreditamos que as brincadeiras infantis podem se constituir também em oportunidade para os alunos aprenderem noções e conceitos matemáticos. A percepção corporal que uma criança desenvolve enquanto brinca será essencial para a construção da percepção espacial, por exemplo. Diversas brincadeiras envolvem número em contextos de recitação (sequência oral), reconhecimento da escrita numérica, comparação de quantidades, contagem, adição de pontos etc.

Para que a brincadeira possa constituir uma oportunidade de aprendizagem, é necessário um planejamento cuidadoso, desde a apresentação das regras até a exploração do registro da brincadeira. É preciso ter clareza da intencionalidade de cada ação sem perder o caráter lúdico do brincar. Nem sempre as crianças se percebem aprendendo enquanto brincam. Sugerimos, portanto, pensar em situações de comunicação que propiciem a reflexão sobre suas ações e estratégias. A comunicação pode se dar de modo oral, pictórica ou escrita. A seguir, apresentamos algumas sugestões:

- **Roda de conversa** – oportunidade para contar e ouvir sobre as experiências pessoais, avaliar seu desempenho, ampliar o vocabulário e desenvolver a argumentação.
- **Desenho** – o registro do que foi mais significativo em uma brincadeira permite tomar consciência das suas percepções; o registro espontâneo de uma brincadeira pode revelar o conhecimento dos alunos sobre números e espaço, por exemplo.
- **Textos** – os registros escritos, que podem ser feitos individual ou coletivamente, auxiliam os alunos a organizar o pensamento e revelar as percepções sobre as brincadeiras.

Apresentaremos algumas brincadeiras que podem auxiliar os alunos a desenvolverem o sentido numérico. Optamos por indicar as regras seguidas de algumas orientações e sugestões de explorações.

Para saber mais

Brincadeiras Infantis nas Aulas de Matemática

Coleção Matemática de 0 a 6

Autoras: Katia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz e Patrícia Cândido.

Editora Artmed

Neste livro, as autoras apresentam uma discussão teórica sobre o uso de brincadeiras infantis como recurso para aprender Matemática e propõem diversas sugestões de exploração para brincadeiras com bola, corda, de perseguição, de roda, amarelinha e outras.

Dança dos números

Organizando a brincadeira

Para esta brincadeira você precisará confeccionar crachás ou etiquetas adesivas com números de 1 a 10, um para cada aluno. Sugerimos que a atividade seja realizada no pátio ou em outro espaço aberto da escola.

Série indicada
1º ano

Objetivos
- Reconhecer algarismos na sequência numérica
- Utilizar números naturais como indicador de ordem

Organização
Espaço aberto, atividade coletiva

Materiais necessários
- Crachás ou etiquetas adesivas com números de 1 a 10, um para cada aluno
- Aparelho de som

RELAÇÃO COM A BNCC

Objetos de conhecimento
- Contagem de rotina
- Contagem ascendente e descendente
- Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, indicação de ordem ou indicação de código para a organização de informações

Habilidade
(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicadores de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.

Como se brinca?

- Cada um recebe um crachá ou etiqueta com um número.
- Solta o som! É hora de dançar.
- Quando a música parar, é preciso encontrar o seu lugar na sequência! Para isso, espera-se que os alunos façam filas se colocando lado a lado de modo a formar a sequência numérica.
- Os participantes da última fila formada saem da brincadeira.

Atenção: a cada rodada, sugere-se redistribuir os números para que os alunos precisem pensar na sequência e não no colega que fica ao seu lado.

Conversando sobre a brincadeira

Ao final da brincadeira, organize uma roda de conversa. Pergunte-lhes o que acharam da brincadeira, o que foi fácil, o que foi difícil.

Você pode propor a Dança dos Números mais de uma vez, variando o intervalo da sequência numérica ou pedindo que organizem a fila do maior para o menor número.

Um desenho da brincadeira

Propor que os alunos façam um desenho sobre a brincadeira pode ser uma ótima oportunidade de avaliar o conhecimento que eles têm sobre a sequência numérica. Se necessário, deixe que eles copiem os números dos crachás ou de portadores numéricos como calendário e quadros de números.

Alerta

Série indicada
1º ano

Objetivos
- Reconhecer algarismos na sequência numérica
- Utilizar números naturais como indicador de ordem
- Reconhecer antecessor e sucessor de um número
- Relacionar o nome à escrita do número

Organização
Espaço aberto, atividade coletiva

Materiais necessários
- Crachás ou etiquetas adesivas com números de 1 até o número de alunos, um para cada um
- 1 bola
- Giz ou fita crepe

RELAÇÃO COM A BNCC

Objetos de conhecimento
- Contagem de rotina
- Contagem ascendente e descendente
- Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, indicação de ordem ou indicação de código para a organização de informações

Habilidade
(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicadores de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.

Organizando a brincadeira

Para esta brincadeira você precisará confeccionar crachás ou etiquetas adesivas com números de 1 até a quantidade de alunos da sala. Providencie uma bola e um espaço amplo para brincarem. Trace uma linha no chão para marcar o local onde os alunos devem se posicionar.

Como se brinca?

- Todos os participantes se posicionam atrás da linha marcada pelo professor.
- Escolhe-se um dos participantes para ser o lançador. Ele fica a cerca de 10 passos à frente da linha, de costas para os outros participantes, e lança a bola para o alto.
- Ao jogar a bola, o lançador grita um número.
- A criança que tiver o número no peito deve tentar pegar a bola, bem como aqueles que tiverem o antecessor ou o sucessor do número dito. Caso o participante que está com o número falado consiga pegar a bola primeiro, continua na brincadeira e tira da brincadeira aqueles que têm no crachá um número a menos que ele ou um número a mais. Caso contrário, sai da brincadeira.
- Quem conseguir pegar a bola será o lançador da bola na próxima rodada.
- Se o lançador falar um número de alguém que já está fora da brincadeira, ele troca de lugar com esse participante.

Conversando sobre a brincadeira

Após a brincadeira, você pode organizar uma roda para conversarem sobre a experiência. Faça algumas perguntas sobre a brincadeira, como por exemplo:

- O que aconteceria se quem estivesse com a bola falasse o número 7?
- E se falasse o número 1?
- As crianças de números 4, 5 e 6 tentaram pegar a bola em uma rodada, qual foi o número dito pelo lançador?
- Em uma rodada, a criança de número 10 saiu da brincadeira. O que pode ter acontecido?

Um texto coletivo

Que tal escrever uma lista do que os alunos aprenderam na brincadeira? Você pode ser o escriba do texto e providenciar cópias para que todos tenham o registro em seu caderno.

Pega-pega serpente

Série indicada
1º ano

Objetivos
- Elaborar estratégias de comparação de quantidades
- Expressar numericamente a diferença entre duas quantidades

Organização
Espaço aberto, atividade coletiva

Materiais necessários
Nenhum

RELAÇÃO COM A BNCC

Objetos de conhecimento
Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação.

Habilidade
Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação.

Organizando a brincadeira

Para brincar de pega-pega serpente é preciso ter um espaço amplo.

Como se brinca?

- Escolhe-se dois pegadores.
- Os pegadores perseguem as outras crianças. Quando o pegador tocar em uma criança, eles dão a mão e perseguem os outros juntos.
- Ao final, ganha o pegador que conseguiu fazer a maior serpente.

Conversando sobre a brincadeira

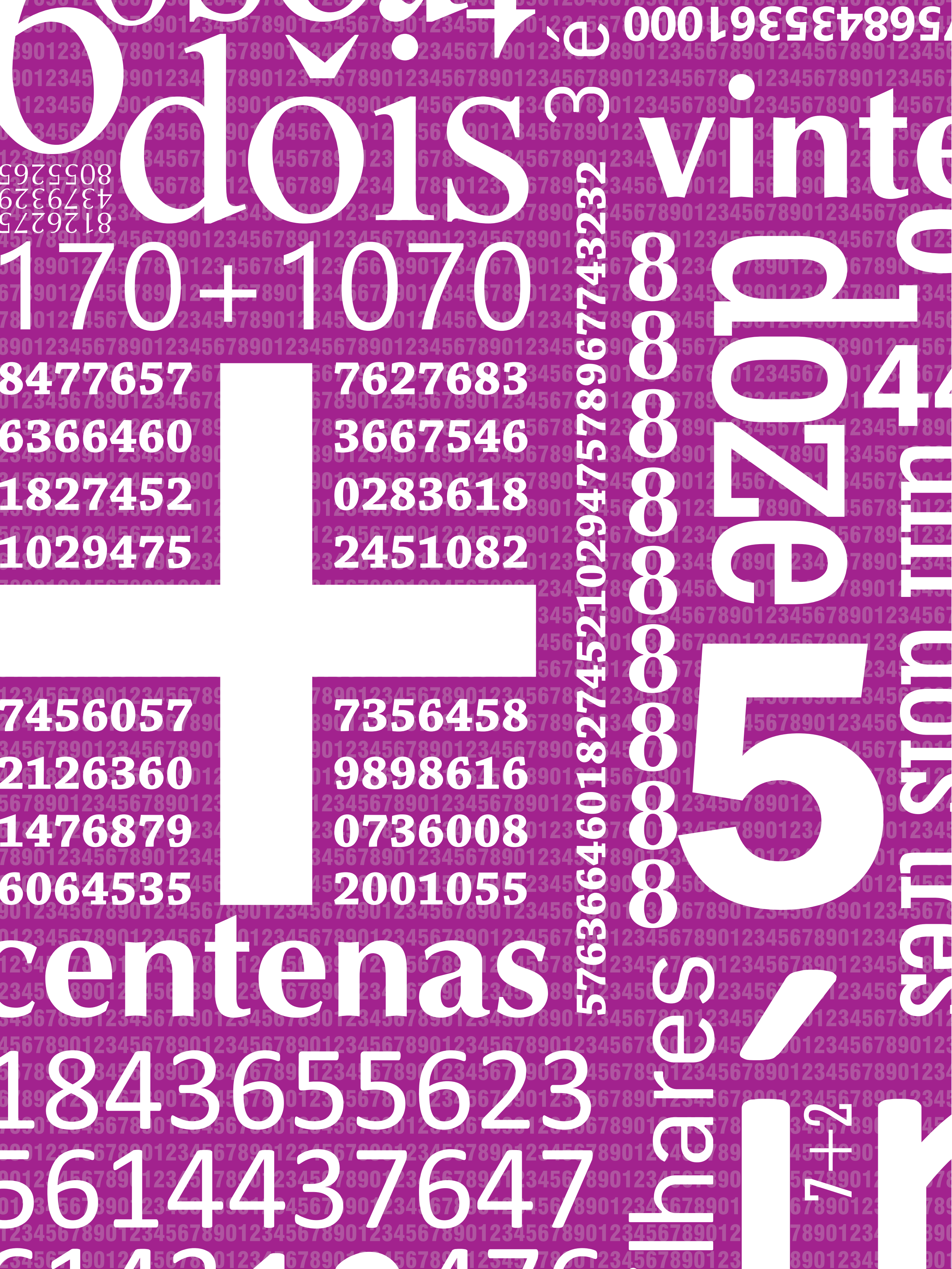
Após a brincadeira, com os alunos ainda de mãos dadas, faça algumas problematizações relacionadas à comparação de quantidades. Você pode perguntar como fizeram para descobrir a maior serpente. Pode ser que eles tenham olhado apenas para o comprimento. Se isso acontecer, mexa no tamanho das filas para que elas fiquem mais ou menos compridas. Espera-se que eles percebam que a maior serpente será aquela com mais alunos.

Você pode ainda fazer perguntas que exijam o uso de números na comparação. Por exemplo:

- Quantos alunos a mais a serpente menor precisaria ter para ficar do mesmo tamanho da serpente maior?
- Se a serpente menor tivesse conseguido pegar o fulano e o sicrano, ganharia a brincadeira?

Um desenho da brincadeira

Após a brincadeira, peça que os alunos façam um desenho da brincadeira. Conduza uma roda de conversa sobre os desenhos. Atenção: o desenho da brincadeira pode evidenciar a relação dos alunos com a comparação e contagem de elementos.



dois
vinte
170+1070
8477657
6366460
1827452
1029475
7627683
3667546
0283618
2451082
7456057
2126360
1476879
6064535
7356458
9898616
0736008
2001055
centenas
1843655623
5614437647
5763664601827452102947557896774323232
doze
5
7+2

4 Recursos matemáticos no ensino-aprendizagem

O uso de material manipulativo, brincadeiras, jogos e recursos tecnológicos (como calculadora e softwares) em Matemática é importante para propiciar vivências matemáticas e tornar a aprendizagem mais dinâmica e lúdica, tendo os alunos como protagonistas desse processo. Quando apresentados de forma contextualizada, integrados ao currículo e com objetivos bem definidos, esses recursos favorecem a construção do conhecimento matemático, o que também é alcançado desde que utilizados com a mediação e a partir de problematizações do professor.

Thompson (1992) menciona que, para as crianças compreenderem o mundo, elas precisam percebê-lo concretamente para depois o pensarem de modo abstrato. Dessa forma, a manipulação de materiais concretos ou manipulativos auxilia na representação mental de conceitos abstratos.

Para esclarecer um pouco mais de que se tratam esses materiais, Moyer (2001) aponta que os materiais manipulativos são objetos – com apelo visual e tátil – que servem para representar explicitamente ideias matemáticas, que são abstratas.

É preciso que haja foco no trabalho com os materiais manipulativos, permitindo que os alunos investiguem os materiais, manipulando-os, primeiro livremente, depois com direcionamento do professor, para que percebam propriedades matemáticas, levantem hipóteses, façam investigações e resolvam problemas.

Alguns exemplos de materiais manipulativos são o ábaco, as fichas sobrepostas, o material dourado, o Tangram, o mosaico, entre outros.

Quadro numérico, calendário, jogos e brincadeiras compõem o ambiente aritmetizador, junto com outros recursos que envolvem a linguagem matemática e a unidade temática Números. Esse ambiente assemelha-se ao que propõem as práticas de linguagem (ambiente alfabetizador, com diferentes textos, alfabeto, lista de nomes etc.), mas com recursos voltados à matemática e utilizados para consulta e manipulação de forma contextualizada e problematizadora.

Os materiais manipulativos e demais recursos para os anos iniciais do Ensino Fundamental contribuem para a aprendizagem de conteúdos específicos, de Números ou Geometria, por exemplo, e também são usados de forma mais ampla, a partir da resolução de problemas.

O ábaco, além de possibilitar as trocas de base dez, trabalha o valor posicional. Ele pode ser construído com os alunos, utilizando fita crepe e tampinha de garrafa ou a partir dos modelos comercializados. O ábaco (e também o material dourado) pode ser usado para retomar as estratégias pessoais de cálculo antes de introduzir e explorar o algoritmo convencional.

Você, professor, professora, ainda poderá, por exemplo, ditar números e solicitar que os alunos "escrevam" no ábaco ou, até mesmo, propor situações-problema que envolvam adição ou subtração e disponibilizar o ábaco como recurso de apoio a essas situações.

As fichas sobrepostas são outro recurso interessante. Elas podem ser utilizadas quando o aluno se apoia na oralidade para escrever um número, mas tem dificuldade para realizar a adição ou compreender o valor posicional dos números e organizar a escrita numérica. Elas trabalham com a relação entre a escrita de um número no Sistema de Numeração Decimal e sua decomposição nas ordens.

Para apresentar, por exemplo, o número 3423, utilizamos as quatro fichas: 3000, 400, 20 e 3, que, sobrepostas, mostram o número 3423. Além disso, essas fichas ajudam a formar diferentes composições como: 3400+23 / 3023+400 / 3003+420 / 3000+423 etc.

Elas podem ser usadas nos diferentes anos, de acordo com o currículo e com a expectativa de aprendizagem para aquele ano.

O material dourado, por sua vez, é um recurso que evidencia as trocas realizadas em nosso sistema de numeração. Isso porque demonstra a base dez: a cada 10 unidades, troca-se por uma barra equivalente a 1 dezena. A cada 10 barras, troca-se por 1 placa que equivale a 100 unidades. No entanto, a limitação desse recurso é que ele não é posicional. Por isso, o professor pode aproveitá-lo para trabalhar com os alunos situações-problema que envolvam adição e subtração, que evidenciam ou não as trocas.

A calculadora, por sua vez, é um dos recursos mais polêmicos usados nas aulas de Matemática, no ensino de Números. Ela gera muitas dúvidas entre as famílias, que querem que as crianças aprendam a "fazer contas armadas" e não a usar a calculadora, vista como um instrumento mecânico, que suprime a técnica operatória. Contudo, por meio da calculadora, as crianças podem resolver problemas, checar resultados, compor algarismos como se houvesse "teclas quebradas", trabalhar com diferentes operações, com números decimais, refletir sobre valor posicional, fazer estimativas, entre muitos outros aspectos e aprendizagens matemáticas.

Faz parte do bom uso da calculadora:

Estimativa	Cálculo	Avaliação
Senso numérico	Senso numérico	Senso numérico
Visão para as relações numéricas Checar a racionalidade e estimar	Será que os passos que estou seguindo são razoáveis?	A resposta tem sentido? A resposta é razoável?

Van de Walle (2009), a esse respeito, aponta alguns dos usos da calculadora para trabalhar com decimais e álgebra, mencionando que:

> *[...] A calculadora modela uma ampla variedade de relações numéricas demonstrando os efeitos dessas ideias de forma rápida e fácil.*

Ele, inclusive, diz que as calculadoras devem ficar à disposição dos alunos e que devem ser permitidas a qualquer momento, o que acaba, de certa forma, gerando grandes modificações também no currículo e cita que até mesmo o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) defende o uso regular de calculadoras no ensino de matemática para todos os anos e níveis de escolaridade.

O autor ainda faz uma orientação aos educadores sobre como proceder com as famílias, comentando que:

> *Os pais devem ser alertados sobre o fato de que o uso de calculadora não impedirá as crianças, de modo algum, de aprender matemática e, de fato, as calculadoras usadas de modo reflexivo e adequadamente podem aumentar a aprendizagem de matemática. Além disso, os pais devem aprender que o uso de calculadoras e computadores exige que o estudante seja um "resolvedor" de problemas. As calculadoras sempre calculam de acordo com a informação introduzida. As calculadoras não podem substituir a compreensão do estudante. (VAN DE WALLE: 2009, p. 130)*

Quanto ao uso de jogos e brincadeiras como recursos, eles ajudam na compreensão de procedimentos, socialização, vivência em grupos, aceitação de regras, entre outros benefícios e são interessantes estratégias para que a criança avance na aprendizagem matemática.

Brincar e jogar são atividades próprias das crianças. Fora da escola, as crianças também brincam. Mas, na escola, o grande diferencial é que o brincar ou os jogos, de uma forma geral, estão a serviço da aprendizagem e são propostos de modo intencional, com objetivos específicos.

Essas ações são tão importantes que, inclusive, estão asseguradas legalmente às crianças, em diversos documentos, lançados em épocas distintas:

- **Declaração dos Direitos das Crianças**, 1959 (adaptada da Declaração Universal dos Direitos Humanos, de 1948) – Princípio 7: Toda criança tem direito de receber educação primária gratuita, e também de qualidade, para que possa ter oportunidades iguais para desenvolver suas habilidades. Também a criança deve desfrutar plenamente de jogos e brincadeiras, os quais deverão estar dirigidos para a educação; a sociedade e as autoridades públicas se esforçarão para promover o exercício deste direito;
- **Constituição Federal do Brasil**, 1988 – Artigo 227: É dever da família, da sociedade e do Estado assegurar à criança, ao adolescente e ao jovem, com absoluta prioridade, o direito à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária, além de colocá-los a salvo de toda forma de negligência, discriminação, exploração, violência, crueldade e opressão;
- **Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA)**, 1990 – Artigo 16 (Livro I da Parte Geral, Título II): O direito à liberdade compreende os seguintes aspectos: IV – brincar, praticar esportes e divertir-se;
- **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**, 2017: Brincar como um dos "direitos de aprendizagem e desenvolvimento" – p. 34 (item 3): Brincar de diversas formas, em diferentes espaços e tempos, com diferentes parceiros (crianças e adultos), de forma a ampliar e diversificar suas possibilidades de acesso a produções culturais. A participação e as transformações introduzidas pelas crianças nas brincadeiras devem ser valorizadas, tendo em vista o estímulo ao desenvolvimento de seus conhecimentos, sua imaginação, criatividade, experiências emocionais, corporais, sensoriais, expressivas, cognitivas, sociais e relacionais.

A literatura infantil nas aulas de Matemática

A literatura infantil tem sido amplamente utilizada em sala de aula para que as crianças possam conviver com uma relação intensa entre o conhecimento oral e o escrito. Além disso, traz para a sala de aula situações de fantasia, criatividade, crítica e oportunidades para o desenvolvimento da comunicação por meio de diálogos e argumentação sobre os textos. Normalmente, o trabalho com livros infantis está associado à alfabetização. Entretanto, há diversas possibilidades de exploração de conceitos matemáticos em histórias infantis.

Durante algum tempo, as escolas optavam por utilizar apenas livros paradidáticos nas aulas de Matemática. Essas obras, que são elaboradas com a finalidade de abordar um tema específico do conteúdo matemático, ainda têm seu lugar na escola. Mas gostaríamos de chamar a atenção para a potencialidade de explorações de conceitos de Matemática em histórias de diferentes contextos.

Katia Smole, Glauce Rocha, Patrícia Cândido e Renata Stancanelli, em seu livro intitulado "Era uma vez na matemática: uma conexão com a literatura infantil", evidenciam as possibilidades do trabalho com literatura infantil nessa área do conhecimento:

> • *Relacionar ideias matemáticas à realidade valorizando o uso social e cultural da matemática*
>
> • *Relacionar ideias matemáticas a outras áreas do conhecimento ou temas*
>
> • *Reconhecer a relação entre diferentes tópicos da Matemática relacionando representações diversas*
>
> • *Explorar situações problema e descrever resultados por meio de diferentes representações*
>
> *(SMOLE, ROCHA, CÂNDIDO & STANCANELLI, 2007)*

Entendemos, portanto, que a literatura infantil proporciona contextos e múltiplas possibilidades de exploração e ampliação de conceitos matemáticos.

A escolha do livro ou história infantil a serem abordados nas aulas de Matemática precisa ser cuidadosa. É necessário que os conceitos matemáticos e problematizações a partir deles estejam associados ao enredo da narrativa para que o contexto não vire apenas um pretexto.

Algumas dicas para o trabalho com livros infantis:

- Não é preciso ter um livro para cada aluno, você pode fazer uma roda e mostrar cada página do livro conforme for contando ou ainda digitalizar e projetar para que todos acompanhem.
- Você pode promover encenações ou pedir que as crianças contem a história com suas palavras.
- Entre uma exploração e outra, é importante reler a história para os alunos; a cada vez que eles ouvem, percebem outras relações.
- Apresentamos, a seguir, uma sequência didática elaborada a partir de um livro infantil.

Camilão, o comilão

Autora: Ana Maria Machado

Editora Salamandra

Conheça Camilão, um porco preguiçoso, mas muito guloso. Um comilão, esse Camilão. Certo dia, Camilão saiu com uma cesta vazia e foi pedindo comida para vários amigos. Será que Camilão vai comer tudo sozinho?

A história do livro permite abordar diversos conceitos relacionados a números, dentre eles: sequência numérica, contagem, comparação de quantidades e noções de adição. Trata-se de uma história de acumulação e repetição; a cada página trechos se repetem e é acrescentada uma nova relação.

Conhecendo a história

Apresente apenas a capa do livro aos alunos. Você pode cobrir o nome e perguntar que nome dariam à história. Depois de algumas hipóteses, mostre o título do livro e questione o que acham que vai acontecer. Não esqueça de falar o nome da autora e, se for o caso, relembrar outros títulos de mesma autoria.

Faça uma leitura da história, parando em cada página para que percebam as ilustrações. Por ser uma história de repetição, é provável que os alunos logo percebam a regularidade da história e repitam com você alguns trechos. Incentive esse comportamento.

Leia a história até a penúltima página. Pare no momento em que a autora diz: "Agora o que você acha que aconteceu?". Feche o livro e faça uma lista das hipóteses dos alunos sobre o final da história.

Ao final, revele ao grupo o final do livro. Incentive os alunos a continuarem a história dizendo: "Eu vou levar 11 bolos, e você? Vai levar 12 o quê?

Após essa primeira etapa de leitura, proponha que os alunos façam desenhos do trecho que mais gostaram da história. No momento da socialização dos registros, explore a temporalidade da história. Faça questionamentos do tipo: O que aconteceu primeiro? E depois do trecho que você ilustrou, o que aconteceu? Como terminou a história?

Esconde-esconde

Série indicada
1º ano

Objetivos
- Reconhecer algarismos na sequência numérica
- Utilizar números naturais como indicador de quantidade

Organização
Em grupos de até 4 alunos

Materiais necessários
- Uma cópia das fichas com figuras dos alimentos do banquete
- Cartolina ou papel pardo
- Cola

RELAÇÃO COM A BNCC

Objetos de conhecimento
- Contagem de rotina
- Contagem ascendente e descendente
- Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, indicação de ordem ou indicação de código para a organização de informações
- Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação

Habilidade
- (EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.
- (EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias, como o pareamento e outros agrupamentos.

Organizando a brincadeira

Para esta brincadeira você precisará providenciar 55 fichas indicando os alimentos do banquete, conforme a quantidade em que aparece na história. Por exemplo: 1 melancia, 2 abóboras, 3 queijos, 4 litros de leite e assim sucessivamente.

No Apêndice, localizado no final deste livro (página 133), você encontra uma cartela com as figuras de alimentos que você usará nesta atividade (Esconde-esconde). Faça uma cópia, recorte as figuras e aplique o jogo.

Propondo a brincadeira

Diga aos alunos que vocês irão organizar a festa de Camilão. Para isso, precisam encontrar os ingredientes do banquete que estão perdidos pela sala.

Deixe que os alunos procurem os cartões e se organizem para descobrirem se já acharam todos eles. Você pode fazer algumas problematizações:

- Vocês já encontraram todas as abóboras?
- Quantos litros de leite faltam?
- Quantas nozes vocês já acharam?
- Há mais potes de mel ou pés de alface?

Continuando a brincadeira

Quando os alunos afirmarem que encontraram todos os ingredientes do banquete, organize um painel com as quantidades. Veja uma sugestão:

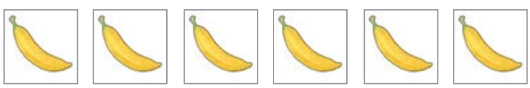
1 melancia 

2 abóboras 

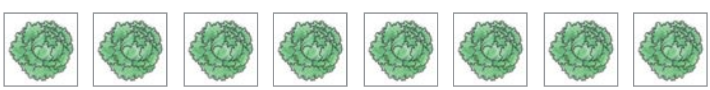
3 queijos 

4 litros de leite 

5 milhos 

6 bananas 

7 potes de mel 

8 pés de alface 

9 cenouras 

10 nozes 

Observe que nosso foco é trabalhar a contagem e comparação de quantidades. A organização do painel auxilia os alunos a perceberem a relação de número e quantidade, bem como a ideia de que o número da sequência indica uma quantidade a mais do que o número anterior, algo relativo ao conceito de inclusão hierárquica abordado anteriormente.

Deixe o painel em um local acessível aos alunos para que possam consultar quando necessário. Se desejar, você pode propor que os alunos registrem o painel no caderno ou providenciem cópias.

Jogo: o banquete de Camilão

Série indicada
1º ano

Objetivos
- Realizar recitação da sequência numérica
- Reconhecer algarismos na sequência numérica
- Utilizar números naturais como indicador de ordem
- Relacionar o nome à escrita do número

Organização
Em grupos de até 4 alunos

Materiais necessários
Uma cópia do baralho para cada grupo

RELAÇÃO COM A BNCC

Objetos de conhecimento
- Contagem de rotina
- Contagem ascendente e descendente
- Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, indicação de ordem ou indicação de código para a organização de informações
- Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação

Habilidade
- (EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.
- (EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias, como o pareamento e outros agrupamentos.

Organizando o jogo

Providencie um baralho para cada grupo de até 4 alunos. Cada baralho é composto por 40 cartas, isso é, em cada conjunto haverá 4 cópias de cada uma das 10 cartas que se encontram no Apêndice, localizado no final deste livro (página 138). Reproduza essas 40 cartas para cada grupo participante.

Como se joga?

- Embaralhe as cartas e distribua igualmente entre os participantes.
- Decide-se quem começa e a ordem dos jogadores.
- Cada participante mantém seu monte de cartas sobre a mesa, com as faces viradas para baixo.
- O primeiro participante vira a primeira carta do seu monte no centro da mesa. Ao mesmo tempo diz: "um". O segundo participante faz o mesmo e coloca a sua carta sobre a primeira carta, e diz "dois". E assim sucessivamente.
- Se o número falado pelo participante for o mesmo que aparece na carta, todos devem bater a mão sobre a carta. Aquele que bateu primeiro leva o monte para si e o coloca junto com as suas cartas.
- O jogo acaba quando um participante ficar sem cartas nas mãos. Quem tiver mais ingredientes para o banquete é declarado o vencedor do jogo.

Conhecendo o jogo

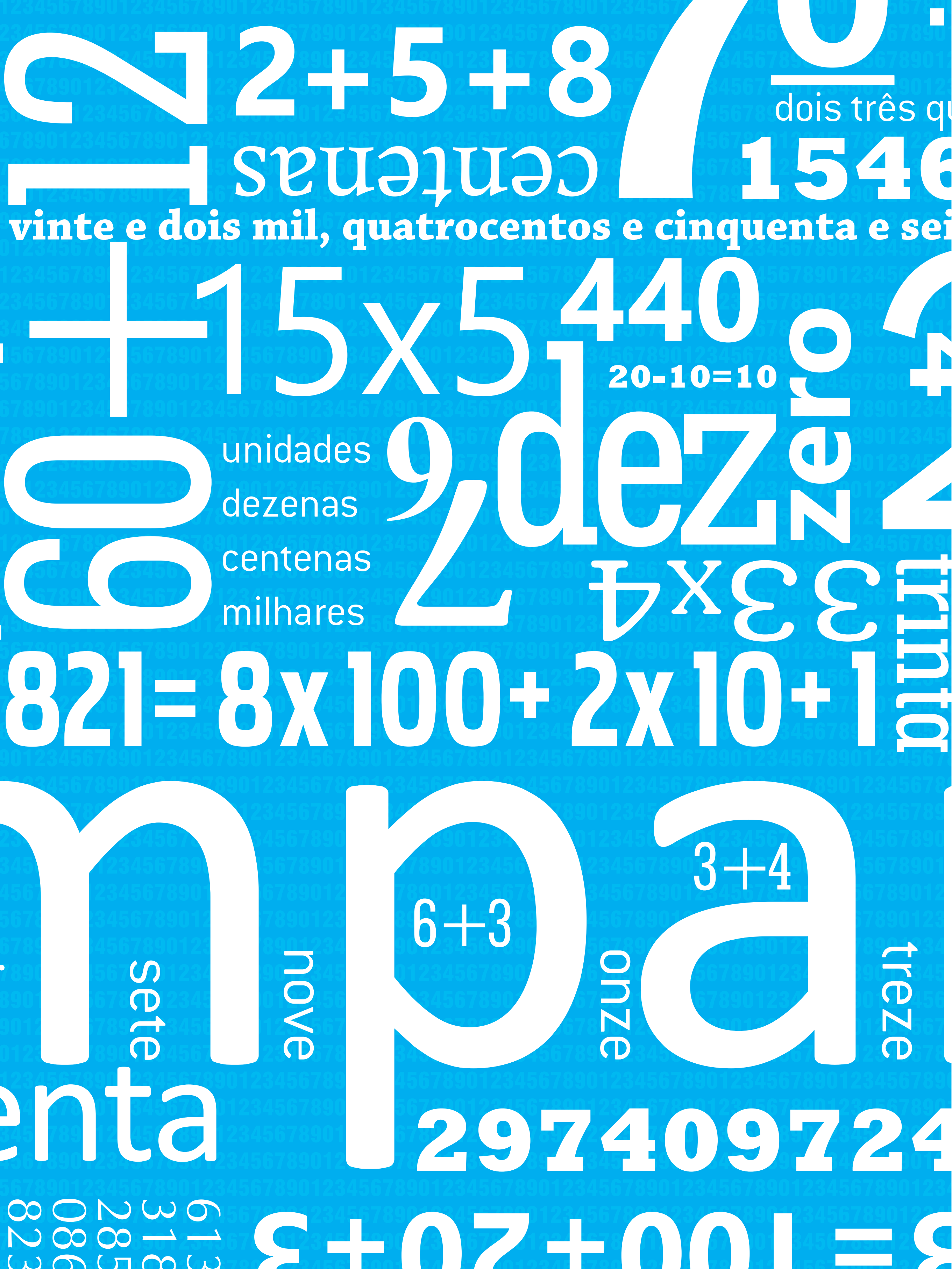
Organize os grupos e escolha alguns alunos para simular as regras do jogo. Essa é uma estratégia para a apresentação do jogo. É comum que os alunos tenham dúvidas nas primeiras vezes em que jogam. Auxilie aqueles grupos que demandarem mais explicações.

Deixe que joguem algumas vezes. Observe as estratégias dos alunos, se ainda precisam contar para interpretar o número da carta ou se já reconhecem a escrita convencional. Verifique como fazem para decidir quem é o vencedor, isso é, como comparam a quantidade de cartas.

Conversando sobre os números

Ao final do jogo, converse com os alunos sobre o que eles acharam do jogo. Questione sobre o que mais gostaram e sobre as dificuldades que tiveram. Caso alguns alunos apontem dúvidas na escrita dos números, faça um trabalho complementar em relação a isso e os encoraje a procurarem a grafia correta em portadores numéricos, como calendários e quadros de números. Converse também sobre as estratégias adotadas para a comparação dos montes ao final do jogo.

Observe que o jogo mostra uma ampliação em relação à brincadeira "Alerta", uma vez que no jogo a sequência oral é associada à sequência escrita dos números. Além disso, ao final, é necessário elaborar uma estratégia para a comparação de quantidades.


2+5+8
dois três qu
1546
vinte e dois mil, quatrocentos e cinquenta e sei
15x5
440
20-10=10
unidades
dezenas
centenas
milhares
9
dez
zero
821= 8x100+ 2x10+1
trinta
3+4
6+3
sete
nove
onze
treze
enta
297409724

5 Resolução de problemas e o senso numérico

Ao propor aos alunos problemas numéricos desde as séries iniciais estamos oportunizando situações para que desenvolvam seu sentido numérico.

Por muito tempo acreditava-se que os problemas de Matemática deveriam ser apresentados apenas depois do conteúdo ensinado. Primeiro, apresentavam-se os conceitos de multiplicação, resolviam-se alguns cálculos e por fim vinham os problemas. Entendia-se problema como uma aplicação dos conceitos ensinados. Atualmente, sabe-se que a resolução de problemas vai muito além dessa concepção. Que tal conhecer um pouco mais sobre o assunto?

Afinal, o que é um problema?

No Ensino Fundamental, tradicionalmente, a resolução de problemas fazia pouco sentido para muitos alunos, pois se restringia, sobretudo, às situações numéricas, às vezes, extremamente escolarizadas, descontextualizadas ou fictícias, com quantidades numéricas incoerentes se comparadas às situações reais. Muitas vezes, o que se chamava de situação-problema não passava de mero exercício de sistematização e fixação de conteúdos, realizados de forma mecânica.

Atualmente, muitos alunos ainda buscam uma operação para resolver os problemas, muitas vezes, querendo retorno do professor em perguntas como: "É de mais ou de menos?" Não se arriscam muito nem insistem na resolução; logo querem abandonar o problema ou esperam o professor corrigi-lo.

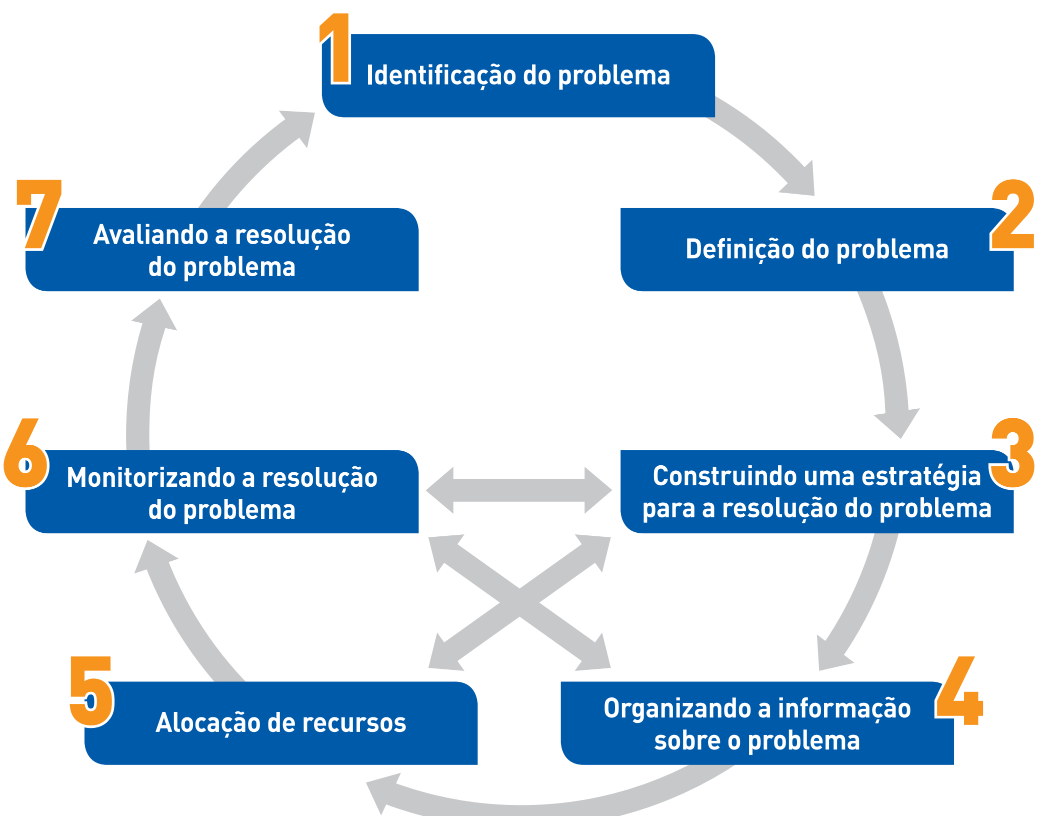
É considerado problema uma situação em que o resolvedor não tem a resposta imediata. Esse conceito amplia-se, pois as situações tidas como problemas não são apenas aquelas vinculadas à Matemática, mas à possibilidade de, em diversos contextos, lançar mão de instrumentos e estratégias para se chegar a uma solução viável, ainda que não seja numérica ou, sequer, matemática. Nessa perspectiva, as situações-problema requerem tomada de decisão e mobilizam diferentes habilidades cognitivas.

Se a situação for extremamente simples para o resolvedor, ela deixa de ser um problema. O mesmo ocorre se a situação estiver muito distante da competência do resolvedor para obter um resultado. Tudo isso é levado em consideração quando, nesta coleção, propomos problemas aos alunos. Pretendemos que, de fato, configurem-se como problemas e que estejam condizentes com as possibilidades dos alunos naquele momento, não sendo muito simples nem muito complexos.

A resolução de problemas, na perspectiva atual, rompe, de maneira equivocada, com alguns pontos pré-concebidos, como acreditar, por exemplo, que somente alunos com fluência leitora poderiam resolver problemas e que conceitos numéricos e conhecimento sobre operações são premissas para a resolução de problemas.

Assim, para resolver problemas são necessárias algumas habilidades, como levantar e checar hipóteses, deduzir, prever e argumentar, atingidas por meio de boa mediação docente e trabalho bem planejado e contínuo ao longo do Ensino Fundamental.

Sternberg (2000) indica que resolver problemas é um ato individual, que passa por sete etapas: identificação do problema, definição e representação do problema, formulação da estratégia, organização da informação, alocação de recursos, monitorização e avaliação.



Fonte: STERNBERG R. J. Psicologia Cognitiva – Porto Alegre: Artmed, 2000

O ciclo de resolução de problemas, iniciado pela identificação do problema, começa somente quando o sujeito se sente motivado e vê, de fato, a situação como um problema a ser resolvido. Caso não se sinta impulsionado para isso, há a ruptura do ciclo.

A proposta, neste curso, é que além de resolver os problemas, os alunos possam formular hipóteses, testá-las, comparar resultados e avaliar suas próprias ações, num processo metacognitivo. Pretendemos ampliar para o aluno a ideia de resolução de problemas e apresentar a eles diferentes tipos de problemas, considerando:

- **Problemas convencionais**: aqueles a que, geralmente, a escola dá maior ênfase (ou, em muitos casos, trabalha apenas com eles) e que aparecem com grande frequência nos livros didáticos. São apresentados após o ensino de um conteúdo, escritos por frases curtas, têm dados explícitos, dos quais o resolvedor necessitará de todos para resolver o problema. Além disso, são resolvidos por aplicação direta de operações e têm solução única e numérica.

- **Problemas não convencionais**: nem sempre são numéricos, às vezes, apresentam dados excedentes, que não serão utilizados na resolução, têm mais do que uma solução ou não têm solução, exigem maior capacidade de análise, leitura crítica e percepção da coerência das situações por parte do resolvedor. Alguns desses problemas não estão relacionados a conteúdos específicos e possibilitam um raciocínio mais flexível do que permitem os problemas convencionais.

Para Stancanelli (2001), existem diferentes tipos de problemas não convencionais, que, devido às suas características, ajudam os alunos a refletirem mais sobre matemática, dada a forma de proposição desses problemas.

A autora, não tendo como intuito categorizar os problemas, mas dar algumas referências e possibilidades ao trabalho docente, refere-se aos problemas sem solução, com mais de uma solução, com excesso de dados e de lógica.

Uma sugestão interessante é montar uma problemoteca com problemas variados e não convencionais para que, em diferentes momentos, os alunos possam resolvê-los, em duplas, em grupos ou individualmente.

Perceber a natureza do problema e o que ele mobiliza no aluno em termos de aprendizagem é bastante importante, pois, geralmente, quando os alunos se deparam com problemas reais, que exigem escolhas e adaptação de métodos, os alunos acabam tendo dificuldades, segundo estudo realizado nos Estados Unidos.

Mesmo em situações simples, como resolver uma operação de multiplicação, por exemplo, os alunos podem dar respostas diferentes e criativas, pois veem de diferentes modos as ideias matemáticas. Contudo, estudos recentes têm mostrado que, inclusive usuários experientes da Matemática, não notam que os problemas numéricos podem ser resolvidos de tantas maneiras e que os números são tão abertos.

Embora tenha sido realizada no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio, a comparação de formas de conduzir e propor a resolução de problemas em sala de aula mostra que é possível realizá-las de três modos: a) apresentação de um método pelo professor, seguida pela resolução dos alunos a partir daquele método; b) descoberta de métodos de resolução por parte dos alunos, pela livre exploração; c) apresentação de problemas aos alunos sem conhecerem o método de resolução, que depois é explicitado pelo professor. Esta terceira forma mostrou, no estudo, que os alunos se sentiam mais curiosos, motivados e seus cérebros eram mais preparados para aprender novos métodos, além de poderem compartilhar suas ideias com a turma.

Na visão mais ampla, a partir dos referenciais utilizados, a proposta é que os alunos percebam que existem diferentes tipos de problemas, bem como diferentes estratégias de leitura e resolução.

Cavalcanti (2001, p. 121) explicita que:

> *Incentivar os alunos a buscarem diferentes formas de resolver problemas permite uma reflexão mais elaborada sobre os processos de resolução, sejam eles através de algoritmos convencionais, desenhos, esquemas ou até mesmo através da oralidade. Aceitar e analisar as diversas estratégias de resolução como válidas e importantes etapas do desenvolvimento do pensamento permitem a aprendizagem pela reflexão e auxiliam o aluno a ter autonomia e confiança em sua capacidade de pensar matematicamente.*

É preciso conhecer e dar opções, mas a estratégia de resolução elaborada depende tanto do problema como das preferências pessoais em relação aos métodos existentes ou criados. Após a formulação, ao menos, da estratégia inicial de resolução, são organizadas as informações existentes no problema para encontrar também um modo de representação adequado.

Resolver problemas é, assim, uma oportunidade de pensar e elaborar estratégias tanto cognitivas quanto metacognitivas. Um aspecto essencial para isso é o desenvolvimento de habilidades que ajudam a questionar o problema e a forma da solução.

Nem sempre uma mesma estratégia é viável a todas as situações. Por isso, é importante fazer a escolha e usar a estratégia mais acessível a cada problema, podendo ainda, por meio de rodas de conversa ou painel de soluções, comparar sua forma de resolução com a dos colegas.

Elaborar seus próprios problemas também é uma possibilidade de o aluno organizar tudo o que sabe em um texto, refletir sobre o que objetiva e de que forma isso pode ser comunicado. Em situações como essa, está em jogo tanto a língua materna, na formulação dos textos, quanto a linguagem matemática, na utilização de termos matemáticos específicos e pertinentes ao problema. Existem diferentes propostas de formulação de problemas pelos alunos: criar a pergunta do problema, elaborar um problema a partir de uma imagem, continuar o problema a partir de um dado, criar um problema parecido com algum apresentado, formular problemas a partir de uma pergunta, operação ou tema, entre outras situações.

Com tudo o que abordamos em relação à resolução de problemas, o que propomos é trabalhar de acordo com uma diferente perspectiva, em que há modificação tanto do que significa aprender quanto do que é ensinar matemática. Por isso, nesta coleção, visamos à transformação do pensar e do fazer matemática, que respaldará e orientará o trabalho docente e, da mesma forma, refletirá na atuação dos alunos.

Assim, além de resolver as questões propostas e elaborar situações-problema, objetivamos que os alunos possam questionar as respostas obtidas e, inclusive, a própria questão lançada a eles, por meio de uma investigação científica e desenvolvimento da criatividade e do senso crítico.

Nesse cenário, o papel do professor, em Matemática, e poderíamos ampliar para qualquer área do conhecimento, é problematizar e mediar as situações-problema, seja na elaboração, na resolução ou nos questionamentos a partir do que foi proposto.

Van de Walle (2009) comenta que a maioria, senão todos, os conceitos e procedimentos matemáticos podem ser ensinados melhor através da resolução de problemas.

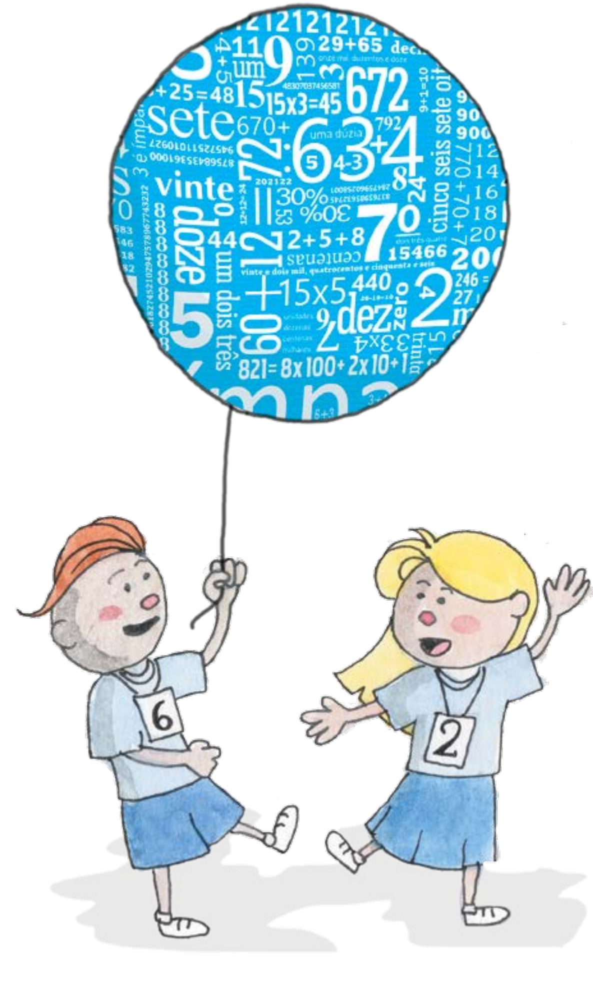
Essa ideia vem reforçar o que acreditamos e pretendemos com esta coleção, o que também é afirmado por diferentes autores e pelos Padrões do NCTM, que a resolução de problemas não é isolada, mas parte integrante de toda a aprendizagem matemática. Por isso, não é qualquer problema que serve para atingir tudo o que é necessário que os alunos aprendam em Matemática e, além disso, também é preciso planejar como propô-lo.

Ainda é importante destacar, com base em Van de Walle (2009), que a resolução de problemas no ensino deve ser valorizada, pois:

- Concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e dá sentido a essas ideias matemáticas
- Desenvolve a concepção nos alunos de que são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido
- Fornece dados para avaliar os alunos e tomar decisões educacionais
- Possibilita um ponto de partida para diversos alunos ao mesmo tempo
- Envolve os alunos, evitando que fiquem entediados e indisciplinados
- Desenvolve o “potencial matemático” dos alunos
- Pode ser feita de forma divertida e envolvente

Tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), publicados no final da década de 1990, como na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicada recentemente, a resolução de problemas é posta como peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Vale destacar que a competência de resolver problemas não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Podemos dizer, portanto, que aqui se evidencia a ruptura com a concepção da resolução de problemas como aplicação do conhecimento matemático ou como conjunto de estratégias para se ensinar a resolver problemas, o que nos permite inferir que resolver problemas de acordo com os documentos oficiais é uma competência que se espera desenvolver em todos os alunos e que está entrelaçada à aprendizagem de Matemática.


119
um
29+65
+25=48
15x3=45
672
sete
670+
uma dúzia
vinte
doze
12
30%
2+5+8
centenas
15466
um dois três
15x5
440
dez
zero
821= 8x100+ 2x10+1
cinco seis sete
6
2

cinco seis sete oito
quatro
66
seis
900
9000
90000
900000
3+3=6
55623
56544
37647
61437
96476
12
14
16
18
20
54
cento e
45
10
40
70
50%
2000
3+6
246 = 2x100 + 4 x10 + 6
27
10 100 1000
menor que

6 O desenvolvimento do sentido numérico e a BNCC

Que tal conhecer o posicionamento que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta sobre o ensino e a aprendizagem de números? Leia um trecho retirado do texto inicial do documento norteador do ensino brasileiro:

> *"A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações." (BNCC, p. 268)*

Refletindo:

O que mudou em relação ao ensino que você experimentou como aluno?

Enquanto você estava estudando para ser professor, você teve contato com ideias semelhantes a essas apresentadas na BNCC?

Quais são as semelhanças e diferenças entre o trabalho que você vinha realizando a partir das orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o que a BNCC apresenta?

Aprofundando a conversa

A Base Nacional Comum Curricular organiza as expectativas de aprendizagem de cada série. A Matemática é vista como uma área do conhecimento e como tal abarca competências específicas. Para que ocorra o desenvolvimento dessas competências, apresenta-se um conjunto de habilidades esperadas para cada aluno. Essas habilidades estão relacionadas a objetos de conhecimento, um conjunto de conteúdos, conceitos ou procedimentos.

Observe um excerto do quadro que evidencia as habilidades esperadas para alunos de 1º ano do Ensino Fundamental:

Objetos de conhecimento	Habilidades
Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação.	(EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias, como o pareamento e outros agrupamentos.
	(EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois), para indicar "tem mais", "tem menos" ou "tem a mesma quantidade".

Fonte: Brasil, 2018

De acordo com o quadro, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção. Nota-se, portanto, uma preocupação com a construção do conceito de número ou desenvolvimento do sentido numérico coerente com os estudos teóricos atuais dessa área do conhecimento.

Que tal conhecer um pouco mais sobre a BNCC? No Anexo (página 125) apresentamos o texto introdutório sobre as unidades temáticas de Números e Álgebra, seguido de um quadro com objetos de conhecimento e habilidades esperados para cada uma das séries iniciais do Ensino Fundamental relacionados ao tema. Você consegue identificar outras relações com o desenvolvimento do sentido numérico?

Ampliando o sentido numérico

Mentalidades matemáticas

Aquecendo a conversa

Antes de ler o texto, responda mentalmente às perguntas a seguir:

- Você gosta de Matemática? Por quê?
- Seus alunos são bons em Matemática? Quais indícios você observa para avaliar a competência matemática de suas turmas?

As respostas que damos a perguntas como essas se relacionam diretamente às crenças e concepções que temos em relação ao ensino e à aprendizagem de Matemática. Para alguns, ser bom nessa área do conhecimento significa efetuar com agilidade qualquer cálculo à mão, não temer contas com frações ou números decimais, saber usar a "fórmula de Bhaskara" ou o "Teorema de Pitágoras". Ou seja, dominar as técnicas que nos são apresentadas na Educação Básica. Para outros, o foco está no desenvolvimento do senso numérico e do raciocínio matemático.

Se tomarmos as orientações da BNCC, encontraremos uma preocupação com o desenvolvimento do letramento matemático, entendido como:

> *[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p.266)*

Isso significa dizer que a justificativa para o ensino da Matemática não está somente no fato de sua presença no cotidiano, mas principalmente pela sua potencialidade no desenvolvimento de raciocínios mais elaborados, como a construção de representações significativas, aprimoramento da comunicação e elaboração de argumentações cada vez mais consistentes em diversas situações.

Em consonância com essa interpretação, apresentamos os estudos mais recentes de Jo Boaler, professora e pesquisadora de Educação Matemática da Universidade de Stanford, nos Estados Unidos. Em seu livro intitulado "Mentalidades Matemáticas", a pesquisadora debate a crença de que saber matemática é um "dom" exclusivo para apenas algumas pessoas. Ela sinaliza que muitas vezes a curiosidade e a alegria que as crianças mostram ao experimentar com matemática vão sendo substituídas por pavor e aversão, conforme vão avançando nas séries escolares. Logo nas séries iniciais do Ensino Fundamental é comum que procedimentos e técnicas sobreponham a compreensão e o pensar sobre os conceitos. Tanto que, em uma de suas pesquisas, ouviu de 97% dos entrevistados que o seu papel nas aulas de Matemática era o de "prestar muita atenção", revelando uma concepção de passividade na aprendizagem dessa área do conhecimento.

Boaler, assim como outros pesquisadores, defende que a Matemática é um domínio conceitual, uma área do conhecimento "composta fundamentalmente por pensar, buscar sentido, ideias fundamentais e conexões." (BOALER, 2018, p. 43-44) Para a autora, pessoas bem-sucedidas em Matemática são aquelas que abordam o desejo de pensar sobre ela e compreendê-la, que se sentem capazes de encontrar sentido nos conceitos. Essa forma de encarar a Matemática é chamada de mentalidade matemática, uma abordagem ativa do conhecimento matemático que contrapõe a ideia do ensino de procedimentos fixos.

A mentalidade matemática se revela em diferentes contextos. Neste texto abordaremos a relação entre esse conceito e o senso numérico, entendido como uma interação com os números de modo flexível e conceitual. Por exemplo: para encontrar o resultado de 101 – 25, alunos com o senso numérico desenvolvido veem sentido em calcular primeiro 100 – 25, que resulta em 75, e acrescentar 1 unidade que ficou de fora do cálculo a esse resultado; ou então percebe que 101 – 25 é equivalente a 100 – 24 ou mesmo a 99 – 23; enquanto isso, aqueles que não empregam o senso numérico, partem para o algoritmo convencional sem sequer se questionarem se existiria outro modo de resolver. Isso significa dizer que a interação com a Matemática se dá de forma diferente.

A principal justificativa para o desenvolvimento da mentalidade matemática e do senso numérico está no modo como aprendemos. Estudos revelam que na aprendizagem ocorre um processo cerebral chamado de compressão. Quando nos deparamos com um novo conceito destinamos a ele um espaço grande no nosso cérebro, para que possamos compreendê-lo e estabelecer relação entre outros conhecimentos. Com o tempo, as ideias que são bem conhecidas vão sendo compactadas e armazenadas. Mas o cérebro não é capaz de comprimir regras ou métodos, o que armazenamos são conceitos que sustentarão transferência de aprendizagem a novas situações e problemas. Os fatos matemáticos, resultados que sabemos de memória como produtos da tabuada, também têm sua importância, mas não podem se constituir no único foco do desenvolvimento da Matemática. Pesquisas indicam que essas informações são mantidas em uma área operacional do cérebro suscetível a bloqueios decorrentes de estresse e ansiedade.

Como ensinar matemática sob essa concepção? Boaler defende que a melhor maneira de encorajar o desenvolvimento da mentalidade matemática é "oferecer atividades matemáticas conceituais que ajudem os alunos a aprender e compreender números e fatos numéricos". Por exemplo, ao invés de encorajar o conhecimento de memória da tabuada e ensinar o passo a passo de uma conta de multiplicação, espera-se que criemos situações nas quais os alunos possam pensar sobre o conceito dessa operação que norteará o cálculo matemático.

Observe quatro modos de resolver a conta 5 x 48:

I	II	III	IV
4 48 x 5 240	5 x 48 = 5 x 40 + 5 x 8 = 200 + 40 = 240	5 x 48 = 10 x 24 = 240	5 x 48 = 48 x 5 = 50 x 5 – 2 x 5 = 250 – 10 = 240

Quais são os conhecimentos matemáticos que cada resolução revela?

No modo I, o cálculo foi feito por meio do algoritmo convencional, um procedimento que resolve qualquer multiplicação em que um dos fatores tem apenas 1 algarismo. Isso significa dizer que além dos resultados da tabuada, essa estratégia pressupõe um conhecimento do conjunto de passos que nos leva ao produto. Por sua vez, os modos II, III e IV revelam um conhecimento sobre o sentido da operação de multiplicação, de seus fatos básicos e de suas propriedades. A relação entre esses conceitos privilegia formas de pensar mais elaboradas.

Como sinaliza Boaler, quanto mais enfatizamos a memorização, menos os alunos pensam sobre números e suas relações. A pesquisadora é enfática:

> *Prestamos um grande desserviço aos alunos quando destacamos a versão mais simples de uma ideia e passamos a eles 40 questões que a repetem. Listas de exercícios que repetem a mesma ideia várias vezes afastam os alunos da matemática, são desnecessárias e não os preparam para usar a ideia em diferentes situações. [...] quando livros didáticos (ou professores) apresentam apenas a versão mais simples de uma ideia (como o passo a passo de uma conta), nega-se aos estudantes a oportunidade de aprender a ideia como ela realmente é. (BOALER, 2018, p. 39 – 40)*

Diante do exposto, entende-se que o ensino da Matemática precisa estar organizado de modo a propiciar o desenvolvimento das mentalidades matemáticas, privilegiando momentos de pensar, buscar sentidos, ideias fundamentais e conexões entre conceitos. Essa intencionalidade fundamenta nossas escolhas para as próximas propostas.

O trabalho com coleção

Série indicada
1º ano

Objetivos
- Estimar a quantidade de objetos de uma coleção
- Organizar estratégias de quantificação de quantidades
- Desenvolver o sentido numérico
- Ler e escrever números como registro de quantidade

Organização
Atividade coletiva

Materiais necessários
- Objetos para compor a coleção
- Caixa ou outro recurso para guardar a coleção
- Cartazes para registros

RELAÇÃO COM A BNCC

Objetos de conhecimento
Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação.

Habilidade
- (EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento e outros agrupamentos.
- (EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar "tem mais", "tem menos" ou "tem a mesma quantidade".

Você já teve uma coleção? Que tal usar uma coleção como recurso para aprender Matemática?

A exploração de uma coleção permite o desenvolvimento de diversos conceitos associados a números. Quase sempre um colecionador se atenta ao tamanho de uma coleção. Ao selecionar objetos para uma coleção é necessário organizá-los e controlar sua quantidade no decorrer do tempo. Nossa proposta é que você realize uma coleção coletiva com a turma, de modo a propiciar situações em que precisem usar números com flexibilidade, seja em situações de agrupamento, contagem, estimativa e significados das operações.

Planejando uma coleção

Diga aos alunos que irão conhecer uma história. Leia com eles um trecho da história da Turma da Mônica "Cascão em Coleção perfumada?". Sugerimos que você leia apenas a parte I dos quadrinhos. Ao final, pergunte do que imaginam ser a coleção da Magali.

Deixe que levantem hipóteses baseadas na história e principalmente nas imagens. Você pode escrevê-las no quadro e discutir sobre a coerência das respostas. Esse momento é importante para que você conheça o repertório dos alunos sobre o tema. Somente depois de conversar sobre as suposições dos alunos, continue a leitura da parte II.

Converse com os alunos sobre coleções. Conte a eles sobre coleções que você, parentes ou amigos tenham feito. Deixe que falem sobre suas experiências. Volte à história e questione sobre a postura de um colecionador: o Cascão diz ser o mestre das coleções e prometeu cuidar bem da coleção da Magali. Como se cuida de uma coleção?

A intenção é discutir sobre a organização dos objetos. Você pode usar o último quadrinho selecionado para conversar com eles sobre os cuidados que devemos ter com uma coleção.

Diga aos alunos que irão fazer uma coleção da classe. Converse sobre o que pode ser colecionado. É importante que eles entendam que precisa ser algo não muito grande e que não tenha custos. Sugerimos que você faça uma lista com algumas possibilidades e ajude-os a chegar a algum consenso. Lembre-se da possibilidade de crescimento da coleção e pense de antemão em como acondicionar os objetos. Algumas ideias: coleção de chaves sem uso, tampinhas, pedrinhas, folhas, sementes...

Combine com eles um dia para trazerem os objetos da coleção.

Começando a coleção

No dia combinado, organize os alunos em roda. Peça que cada um mostre sua coleção e antes de juntar os objetos faça perguntas relacionadas à estimativa de quantidade ou contagem. Será que temos mais ou menos de 20 objetos? Mais ou menos de 30? Como podemos fazer para descobrir se temos mais ou menos que 30 objetos? Ouça as respostas dos alunos e os incentive a explicar seu raciocínio. Lembre-se que estimar não é necessariamente acertar a quantidade e sim se aproximar dela. Se uma coleção tem 50 objetos, estimou bem aquele aluno que disse ter 45 objetos ou o que disse 55.

Pergunte sobre como farão para organizar e guardar sua coleção. Uma possibilidade seria contar e registrar a quantidade ou agrupar os objetos de 10 em 10 para ter um controle da quantidade sem precisar recorrer à contagem desde o primeiro objeto a todo momento. Entretanto, não induza nenhum tipo de organização nesse momento. A intenção é que os alunos percebam essa necessidade e ajustem seus métodos no decorrer da coleção. Conversem sobre onde guardarão a coleção e o que farão quando a coleção aumentar.

Para finalizar, proponha que façam um desenho da coleção.

Alimentando a coleção

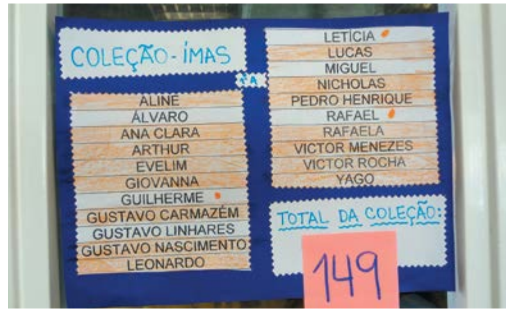
Nossa sugestão é que você continue explorando a coleção por pelo menos um mês. Você pode separar um dia na semana para isso ou propor que a cada dia um grupo pequeno de alunos traga alguns objetos.

Conforme a coleção for aumentando os alunos precisarão pensar em como organizá-la, em como contar seus objetos. Se achar necessário, mantenha um quadro para o registro dessa quantidade e observe como lidam com esse quadro: contam sempre desde o primeiro objeto ou já são capazes de contar a partir do último número. Lembre-se que essa observação permitirá a você inferir sobre o conhecimento de números dos alunos.

Algumas sugestões de problematizações:

- Os alunos de hoje trouxeram mais ou menos objetos que os alunos de ontem?
- Tínhamos 28 objetos. Com essa quantidade de hoje chegaremos a 50 objetos?
- Quantos objetos faltam para completarmos 100?
- Junte os objetos que chegarem à coleção sem contá-los e peça que escrevam em um papel a quantidade de objetos imaginam ter. Essa é uma situação interessante, porque evidencia a razoabilidade dos números dos alunos. Depois questione: é mais ou menos do que você imaginava? Sua estimativa foi boa?
- Como podemos organizar nossa coleção para que não se perca nada nem tenhamos que contar tudo de novo?
- Explore diferentes formas de contar, como, por exemplo, contar de 10 em 10.

Observe algumas coleções realizadas por alunos de 1º ano:



Observe que em uma das fotos vemos que os alunos recorreram ao registro convencional da contagem dos objetos, 149 imãs de geladeira. Muito provavelmente eles partem desse registro para atualizar a contagem quando chegam mais objetos. Outro registro mostra alguns saquinhos que foram utilizados para acondicionar 10 pedrinhas. Ou seja, eles contam de 10 em 10 e acrescentam as pedras soltas a essa quantidade.

Registrando a atividade

Após algumas semanas finalize a coleção. Você pode propor um texto coletivo contando sobre a coleção ou mesmo a elaboração de um livro com fotos e desenhos dos alunos. Incentive-os a dizer o que aprenderam com a coleção.

Pega-varetas

Série indicada
1º e 2º anos

Objetivos
- Realizar contagens
- Comparar quantidades
- Compor e decompor números
- Realizar agrupamentos e trocas apoiados na noção de quantidade
- Desenvolver a noção de adição

Organização
Atividade coletiva

Materiais necessários
- 1 jogo de pega-varetas para cada trio
- Folhas para registro
- Cópias dos problemas sugeridos

RELAÇÃO COM A BNCC

Objetos de conhecimento
- Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação.
- Composição e decomposição de números naturais.
- Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar).

Habilidade
- (EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias, como o pareamento e outros agrupamentos.
- (EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar "tem mais", "tem menos" ou "tem a mesma quantidade".
- (EF01MA07) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo.
- (EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

O pega-varetas é um jogo bastante popular no Brasil. Para jogar é necessário ter atenção e destreza. Além disso, estimula o cálculo mental e a decomposição como estratégia para somar os pontos. Para que o jogo atinja todo o seu potencial em sala de aula, sugerimos algumas alterações em relação às regras originais.

Como se joga

- Os jogadores organizam-se em duplas ou trios e decidem quem começa o jogo.
- O jogador da vez segura todas as varetas em uma mão, verticalmente sobre uma mesa. Importante: não se deve apoiar as varetas, mas sim deixá-las a alguns centímetros da mesa.
- Soltar as varetas abrindo a mão rapidamente.
- O objetivo é pegar a maior quantidade possível de varetas, uma por vez, sem mexer as demais. Se alguma vareta mexer, a rodada para aquele jogador acaba. Atenção: a vareta preta só pode ser pega se o jogador já tiver pego uma vareta de cada cor na rodada.
- Cada jogador anota os pontos obtidos na rodada e passa a vez ao jogador seguinte.
- Ao final, ganha aquele que tiver mais pontos.

Apresentando as regras do jogo

Organize os alunos em duplas ou trios. Entregue a eles os materiais e pergunte se conhecem o jogo. Caso você encontre alunos que saibam jogar pega-varetas, peça ajuda a eles para explicar como se joga. No primeiro momento, deixe que experimentem o jogo sem marcarem pontuação. Diga que é apenas um treino. A pontuação por cor será introduzida apenas em um segundo momento. Por enquanto, o foco está em compreender as regras e aprender a jogar.

Depois de alguns minutos experimentando o jogo, organize a sala para que joguem contando a pontuação, que nesse momento será a quantidade de varetas resgatadas. Incentive-os a registrar a quantidade em um papel. Essa é uma excelente oportunidade para você verificar como estão fazendo para registrar o resultado de uma contagem. Ao final, conduza uma roda de conversa. Você pode perguntar:

- Quem conseguiu pegar a vareta preta?
- Quem conseguiu pegar mais varetas neste grupo? Qual foi sua estratégia?
- Quem teve dificuldade em pegar as varetas? Por que você acha que foi difícil?

Anuncie que o jogo voltará em outras aulas.

A pontuação das varetas

Faça uma cópia do quadro a seguir, que mostra a pontuação por cor, e coloque na sala em um lugar visível. Você pode providenciar cópias para cada grupo se desejar.

COR	PONTUAÇÃO
Amarela	1 ponto
Verde	2 pontos
Azul	3 pontos
Vermelha	5 pontos
Preta	10 pontos

Organize novamente os alunos em grupos e retome com eles as regras do jogo. Explique que desta vez cada cor de vareta terá uma pontuação diferente. Combine que após a rodada anotarão a quantidade de varetas de cada cor e apenas depois que todos jogarem farão os cálculos de pontos. Deixe que decidam suas estratégias para chegar à pontuação. Entregue papéis e lápis para que registrem seus cálculos.

Faça uma roda no centro da sala e peça que os alunos levem seus registros. Converse sobre como fizeram para calcular sua pontuação. É provável que algum aluno use a composição para auxiliar a contagem da pontuação. Por exemplo: 2 varetas vermelhas dão 10 pontos; 1 vareta verde, 1 azul e 1 vermelha são 10 pontos; 3 varetas amarelas e 1 vareta verde resulta em 5 pontos...

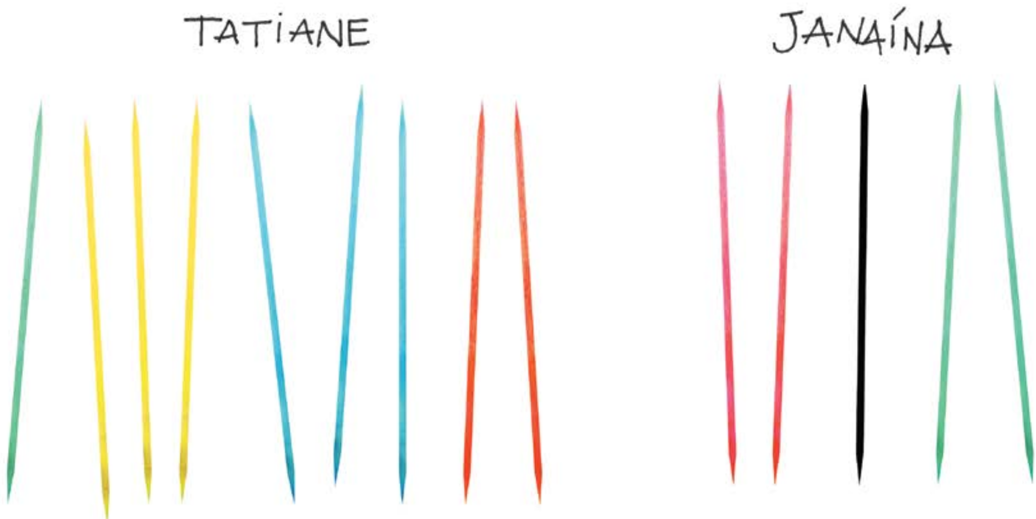
Esse raciocínio de compor valores em números mais "fáceis" será a base de uma estratégia importante de cálculo apoiada em fatos básicos. Por exemplo: para fazer 7 + 8, posso fazer 7 + 3 + 5 porque sei que 7 + 3 resulta em 10. Voltaremos a esse conceito mais à frente.

Além disso, a ideia de que é possível agrupar varetas e "trocá-las" por uma vareta de outra cor devido à soma de sua pontuação assemelha-se ao conceito de agrupamento e trocas do Sistema de Numeração Decimal.

Resolvendo problemas sobre o jogo

Organize a sala para jogar mais uma vez. Ao final, proponha alguns problemas relacionados a situações de jogo. A seguir, apresentamos algumas sugestões:

Observe as varetas de Tatiane e Janaína. Quem ganhou o jogo?



Observe as anotações de Felipe.

Ele fez mais ou menos que 30 pontos?

Em uma roda de conversa sobre as estratégias para calcular a pontuação, Neto explicou como fez:

E então? Quantos pontos Neto fez na rodada?

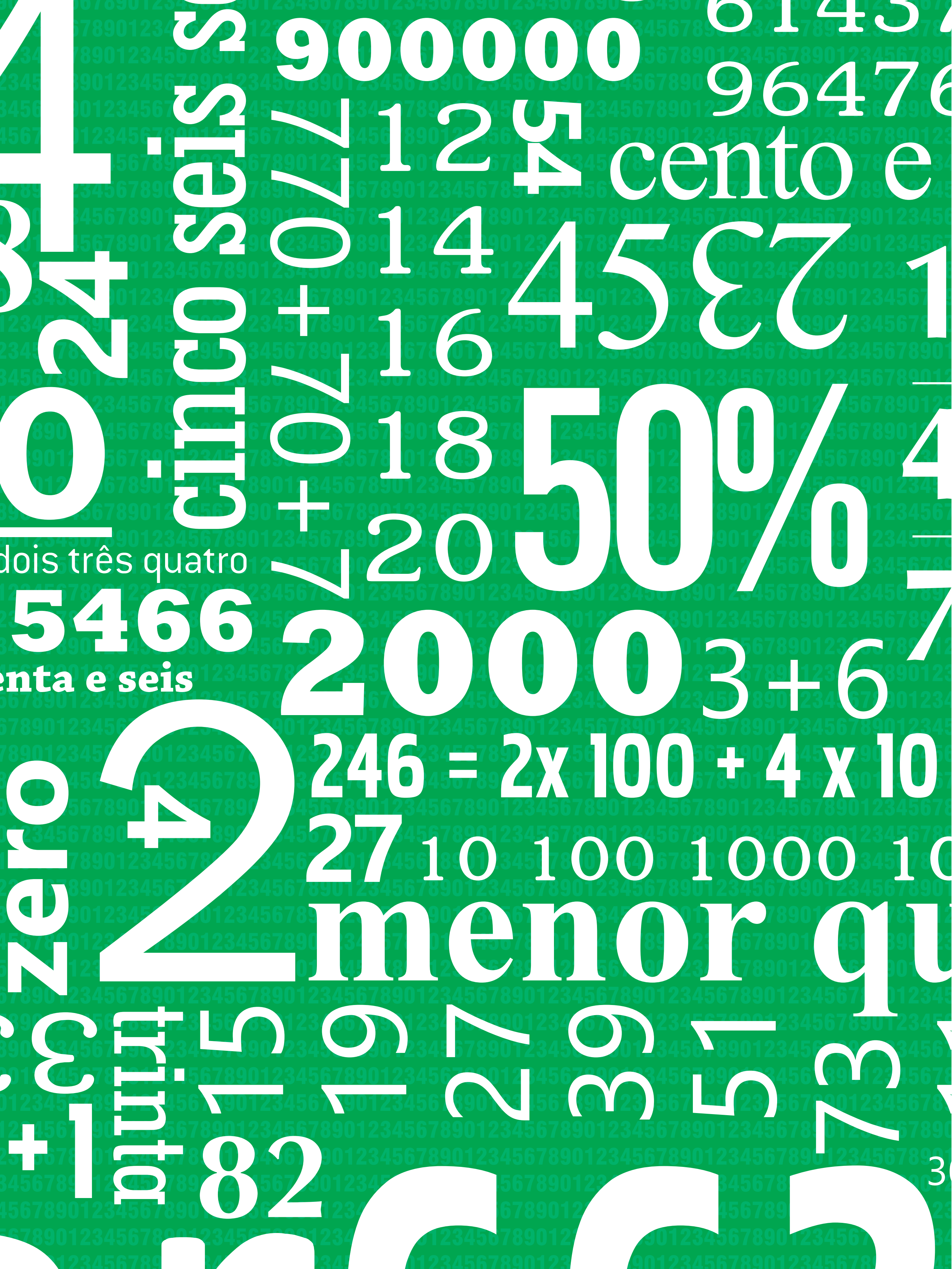
O jogo pela última vez

Proponha que os alunos joguem uma última vez. Retome a estratégia das trocas de varetas para facilitar a contagem. Enquanto jogam e registram suas pontuações, incentive essa forma de pensar.

Ao final, coletivamente, discuta sobre as possibilidades de trocas do jogo. Por exemplo:

- De quantas varetas amarelas eu preciso para trocar por 1 vareta azul?
- De quantas varetas vermelhas eu preciso para trocar por 1 vareta preta?
- De quantas varetas verdes eu preciso para trocar por 1 vareta preta?
- Viviane trocou 3 varetas azuis e 1 amarela por 1 vareta preta. Você consegue pensar em outras formas de trocar varetas de duas cores por 1 vareta preta?
- Pedro tinha 3 varetas amarelas, 2 varetas verdes, 1 vareta azul e 3 varetas vermelhas. Que trocas ele poderia fazer para facilitar o cálculo da pontuação?

Observação: o jogo pega-varetas pode ser adaptado para séries mais avançadas, pois permite o desenvolvimento de estratégias de cálculo envolvendo números maiores e a noção de multiplicação (a pontuação de 4 varetas de 5 pontos pode ser registrada como 4 x 5).



900000
61434
96476
12
54
cento e
14
4537
16
18
50%
20
dois três quatro
5466
enta e seis
2000
3+6
246 = 2x 100 + 4 x 10
27
10 100 1000
2
menor qu
cinco seis
zero
82

7 O Sistema de Numeração Decimal

O que é um sistema de numeração? Dizemos que um sistema de numeração decimal é um conjunto de símbolos e de regras definidos para representar quantidade. Trata-se de um conhecimento social, isto é, cada povo, em seu tempo, desenvolveu formas diferentes para realizar essa tarefa. Com o tempo, as formas de registro foram se modificando até chegarmos ao modelo que conhecemos atualmente, que é usado em todo o mundo. Que tal conhecer um pouco mais sobre os sistemas de numeração antigos e entender por que o sistema que usamos os substituiu?

De olho na história

Leia um trecho do livro de Mike Goldsmith chamado “Do zero ao infinito (e além)”, da Editora Benvirá.

Números na Antiguidade

Muito antes de as calculadoras e os computadores terem sido inventados, quando as pessoas queriam manter um registro das coisas que contavam elas faziam pequenos cortes em um graveto ou pedaço de osso. Uma das principais formas conhecidas desse tipo de contagem foi descoberta em uma caverna na África do Sul. Era o osso de um babuíno com 29 linhas talhadas nele. Testes indicaram que essas marcas foram feitas há cerca de 35 mil anos. Essas linhas, ou entalhes, podem ter sido usadas para contar qualquer coisa, de animais a pessoas ou a passagem dos dias.

No começo, o único símbolo numérico usado era o I. Mas, na verdade, essas eram apenas marcas feitas em ossos. Então, se as pessoas quisessem contar até mil, precisavam juntar um monte de ossos de babuínos e fazer mil vezes a marca I.

Atualmente, há dez diferentes dígitos ou numerais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Esses dígitos formam o chamado sistema decimal – do latim decimus, que significa “dez”. O sistema decimal é uma maneira bastante lógica de contar: a maioria das pessoas aprende a contar usando os dez dedos das mãos. De fato, a palavra “dígito” também significa “dedo”. Foi provavelmente assim que você aprendeu a contar, e é provável que os primeiros humanos também tenham aprendido dessa forma.

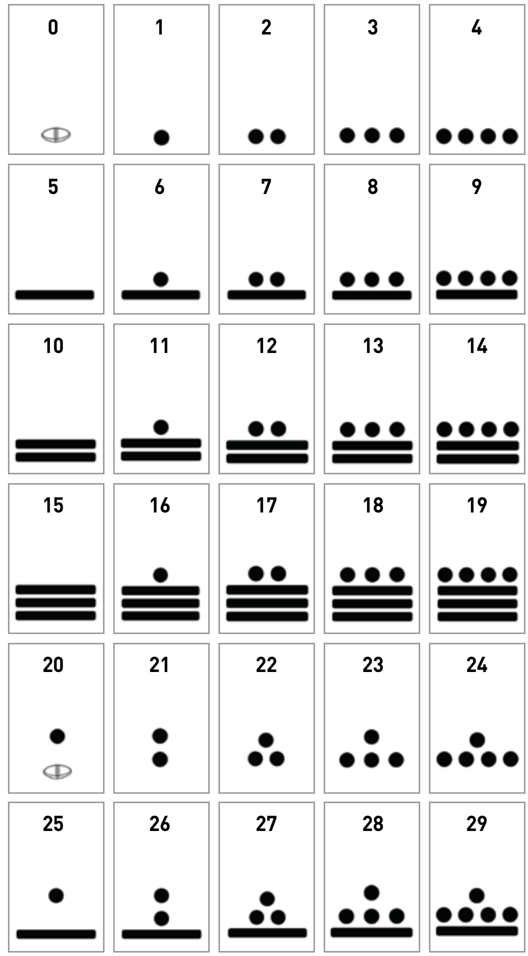
Fonte: GOLDSMITH, Mike. Do zero ao infinito (e além): tudo o que você sempre quis saber sobre matemática e tinha vergonha de perguntar. Tradução de Fábio Storino. São Paulo: Benvirá, 2016.

Os estudos sobre a história da Matemática revelam que a maioria dos povos usava agrupamentos de 10 em suas contagens. Mas nem todos. Observe algumas escritas de números em outros sistemas de numeração.

Sistema maia de numeração

A civilização maia estava localizada em uma região conhecida como Mesoamérica, nos territórios hoje conhecidos como Guatemala, Honduras e sul do México, na América Central. Os povos maias viveram de 2000 a.C. a 900 d.C. Essa civilização é conhecida pelos seus sistemas de escrita, arte, arquitetura e, principalmente, pelo desenvolvimento de ideias matemáticas e de Astronomia.

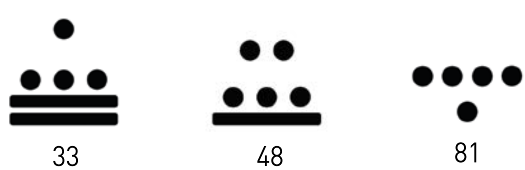
Fonte: https://www.historiadomundo.com.br/maia)



Sobre o sistema maia de numeração, reflita:

- O que representa cada símbolo?
- O sistema maia agrupa números de 10 em 10?
- Como seria o número 30? E o 50?
- Você consegue escrever o número 72?
- Como seria o número 100?
- O sistema maia de numeração é posicional, isto é, a ordem de escrita dos símbolos é relevante?
- Quais são as vantagens e desvantagens desse sistema de numeração?

Exemplos



Sistema de numeração egípcio

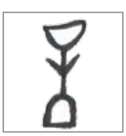
A civilização egípcia estava localizada no Nordeste da África. Por estar à beira do Rio Nilo, os povos egípcios se desenvolveram em diversas áreas relacionadas a práticas agrícolas. A civilização egípcia foi uma das primeiras a se organizar como um estado no sentido político. A sociedade teve início por volta de 3200 a.C. e sucumbiu à invasão romana em 30 a.C. Além da agricultura, os egípcios se desenvolveram em diversas áreas, como arquitetura, medicina e astronomia.

Fonte: https://www.historiadomundo.com.br/egipcia

Um traço vertical para a **unidade**

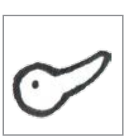
O desenho de um osso de calcanhar para **dez**

O desenho de uma corda enrolada para **cem**



A flor de lótus para **mil**

Um dedo dobrado para **dez mil**



O desenho de um girino para **cem mil**

Uma pessoa ajoelhada para **um milhão**

Exemplos

7

45

87

245

Sobre o sistema egípcio de numeração, reflita:

- O que representa cada símbolo?
- O sistema egípcio agrupa números de 10 em 10?
- Como seria o número 13? E o 99?
- Você consegue escrever o número 2019?
- O sistema egípcio é posicional, isso é, a ordem de escrita dos símbolos é relevante?
- Como o sistema egípcio representa o número 0?
- Quais são as semelhanças e diferenças entre esse sistema de numeração e o sistema decimal?

Sistema de numeração chinês "florido"

A civilização chinesa é a mais antiga do mundo. Acredita-se que a primeira organização dessa sociedade teve início em 5000 a.C. Ao longo de sua história milenar, a China foi desenvolvendo diferentes formas de representar quantidades. Um desses sistemas recebe o nome de "sistema de números floridos" e utiliza símbolos e desenhos para representar quantidades.

Fonte: https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/numeracao-chinesa.htm

1	2	3	4	5	6
一	二	三	四	五	六
7	**8**	**9**	**10**	**100**	**1000**
七	八	九	十	百	千

Sobre o sistema chinês "florido" de numeração, reflita:

- O que representa cada símbolo?
- O sistema chinês agrupa números de 10 em 10?
- Como seria o número 13? E o 31?
- Como seria o número 420? E o 402? E o 204?
- Que números estão escritos a seguir:

Exemplos

12 十二 20 二十

467 四百六十七

1032 一千三十二

七千八百 ______	二千五百六十五 ______

- O sistema chinês "florido" é posicional, isso é, a ordem de escrita dos símbolos é relevante?
- Como o sistema "florido" representa o número 0?
- Quais são as semelhanças e diferenças entre esse sistema de numeração e o sistema decimal?

Agora que você conheceu outros sistemas de numeração, que tal conhecer um pouco mais sobre características do sistema de numeração decimal de registrar números?

Sistema de Numeração Decimal (S.N.D)

O Sistema de Numeração Decimal usa apenas 10 símbolos para escrever números. Esses símbolos são chamados de algarismos indo-arábicos por terem sido cunhados pelos povos hindus e árabes. Observe a seguir a evolução dos símbolos utilizados.

Dizemos que o Sistema de Numeração Decimal tem base 10, é posicional, aditivo e multiplicativo. Vamos entender cada uma dessas características.

Base 10: a organização do S.N.D. utiliza agrupamentos de 10 em 10, isto é, a cada 10 unidades, temos uma dezena; a cada 10 dezenas, temos uma centena; a cada 10 centenas, temos uma unidade de milhar e assim sucessivamente.

Sistema posicional: o valor de cada símbolo ou algarismo está associado à posição que ele ocupa na escrita; cada posição indica uma potência de 10, isto é, 10, 100, 1000, 10 000...

Portanto, o algarismo 8 pode assumir valores diferentes de acordo com sua posição:

12**8** – Cento e vinte e **oito**

2**8**1 – Duzentos e **oitenta** e um

812 – **Oitocentos** e doze

Sistema aditivo e multiplicativo: assim como o sistema de numeração chinês “florido”, usamos a multiplicação e a adição para registrar um número. Entretanto, não evidenciamos essa propriedade na escrita, podemos dizer que fazemos um cálculo mental. Observe:

821 = 8 x 100 + 2 x 10 + 1 ou ainda 800 + 20 + 1

3075 = 3 x 1000 + 7 x 10 + 5 ou ainda 3000 + 70 + 5

A “invenção” do algarismo zero foi muito importante para o desenvolvimento do Sistema de Numeração Decimal. Que tal conhecer um pouco mais sobre esse símbolo?

Como era dura a vida sem o zero Por Luis Barco

O zero, do nosso sistema de numeração, foi uma importante descoberta feita pelo homem; seu uso consagrou-se na Europa, por volta do século XIV, mas há indícios de que outras civilizações o utilizaram antes.

Qual foi a mais importante descoberta feita pelo homem? Alguém pensará na roda, outro no fogo, na penicilina, na televisão... e por aí se pode ir muito longe. Acrescento uma outra, em que provavelmente ninguém vai pensar: o zero. Isso mesmo, o zero do nosso sistema de numeração. Pois ele não existiu sempre.

Na verdade, só apareceu muitos séculos depois que a humanidade aprendera a contar e a representar graficamente suas contas. Seu uso consagrou-se na Europa por volta do século XIV, embora haja indícios de que algumas civilizações o utilizassem antes.

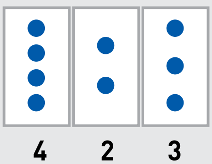
Dele disse o matemático americano Tobias Dantzig: "Concebido, com toda a probabilidade, como símbolo para uma coluna vazia no ábaco, o *sunya* indiano estava destinado a tornar-se o ponto crucial num desenvolvimento sem o qual o progresso da ciência moderna, da indústria e do comércio é inconcebível." É difícil acreditar que os homens levaram 5 mil anos entre escrever números e conceber o nosso sistema de numeração posicional. Datam de antes de 3500 a.C. os registros mais antigos, indicando o uso sistemático de numerais escritos, e eles eram dos sumérios e dos egípcios.

Conta-se que, no século XIV, um mercador alemão quis escolher uma boa escola para o filho e foi aconselhar-se com um professor. Esse recomendou: se o aprendiz fosse limitar-se à soma e à subtração, bastaria frequentar uma universidade alemã; se quisesse multiplicar e dividir, deveria ir à Itália, pois só lá se poderia obter instrução tão avançada. Mas é preciso esclarecer que fazer esses cálculos naqueles tempos nada tinha a ver com as técnicas que empregamos hoje. A multiplicação era obtida por duplicações sucessivas e a divisão por mediações sucessivas, ou seja, sucessivas divisões por dois.

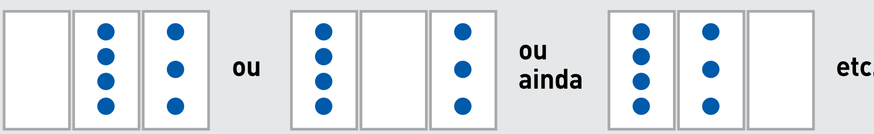
É razoável imaginar que os sistemas numéricos nasceram da necessidade que o homem primitivo tinha de registrar seus bens – rebanhos, por exemplo. Logo as necessidades foram além do simples registro e então surgiram as operações aritméticas, que levaram à criação do ábaco, um curioso e simples aparelho que permite fazer os cálculos por meio de contas móveis. Durante muito tempo os homens mantiveram um sistema de numeração escrito para registrar os bens, e o ábaco para fazer cálculos. Houve quem tentasse elaborar regras para operar com os números escritos, mas as dificuldades eram grandes.

E por isso a humanidade levou um tempo enorme para passar do ábaco para a numeração posicional moderna. Um período em que muitas civilizações floresceram e pereceram, deixando-nos um rico legado de obras literárias, artísticas, filosóficas e religiosas.

A luz sobre essa questão começa a se fazer quando examinamos o esqueleto de nossa numeração moderna. O princípio posicional consiste em dar ao algarismo um valor que depende não apenas do membro da sequência natural que ele representa, como também da posição que ocupa em relação aos outros símbolos do grupo. Assim, o algarismo 3 tem significados diferentes nos números 423, 537 e 386: no primeiro significa 3, no segundo 30 e no terceiro 300. Vamos escrever um desses números num quadro de contar:



Parece suficiente traduzir esse esquema na linguagem dos numerais para obtermos o que temos hoje. Mas há dificuldade num registro como 43, que pode estar representando qualquer destas formas:



Foi necessário criar um símbolo para as casas que ficavam vazias no ábaco, conforme estivéssemos escrevendo 43, 430, 403, 4003 etc. Hoje parece simples, mas a mentalidade concreta dos antigos gregos, por exemplo, não podia conceber o vazio, o nada, como um número. Provavelmente, nem os hindus viram no zero o símbolo do nada. O termo indiano *sunya* significa vazio ou espaço em branco, mas não o nada.

Assim, tudo leva a crer que a descoberta do zero foi um acidente causado pela tentativa de fazer um registro permanente e claro de uma operação do ábaco. Não foi à toa que o grande matemático, astrônomo e físico francês Pierre-Simon Laplace (1749-1827) observou: "Apreciaremos ainda mais a grandeza dessa conquista se lembrarmo-nos de que ela escapou ao gênio de Arquimedes e Apolônio, dois dos maiores homens da Antiguidade".

Fonte: Revista Superinteressante, março de 1988, disponível sem as figuras em http://super.abril.com.br/cotidiano/como-era-dura-vida-zero-438511.shtml.

Se você quiser saber mais sobre diferentes sistemas de numeração, assista ao vídeo "Origem dos números e sistemas de numeração", do canal da UNIVESP – Universidade Virtual do Estado de São Paulo. (https://www.youtube.com/watch?v=zXNMbGle0OQ)

A aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal: um olhar teórico

Quando iniciamos o estudo do Sistema de Numeração Decimal com os alunos?

Por muito tempo, assim que os alunos aprendiam a contar e a escrever os números de 1 a 10, eram apresentados aos conceitos de unidade, dezena e centena. Logo essas ideias eram usadas para escrever números maiores a partir do conceito de valor relativo e valor absoluto de um algarismo. Há algumas décadas estudiosos têm sinalizado que esse pode não ser o caminho ideal para quem aprende sobre números.

Novas teorias associadas ao ensino e à aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal foram apresentadas a partir de estudos da pesquisadora Delia Lerner (1996). Dentre elas, destacam-se as de três pesquisadoras: Maria Montessori, Constance Kamii e da própria Delia Lerner. Vejamos suas principais contribuições:

Maria Montessori (1870-1952)

Maria Montessori foi uma das primeiras mulheres a se formar em Medicina em seu país, a Itália. Após formada, com a dificuldade em exercer a profissão pelo fato de ser mulher, resolveu dedicar-se a crianças com necessidades especiais na área da Psiquiatria. A partir de muito estudo, Montessori foi desenvolvendo materiais sensoriais que auxiliassem as crianças a aprenderem. Com o tempo, percebeu que mesmo as crianças sem comprometimentos poderiam aprender a partir de seu método. A partir de então, Montessori passou a se dedicar à Pedagogia e à Antropologia. Seu método é pautado na individualidade e na liberdade do aluno no desenvolvimento de atividades. Em relação ao ensino e aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal, ela sugere o uso de materiais estruturados e trabalho com agrupamentos de 10 em 10 que permitam tornar significativas as regras do sistema decimal. Nessa linha de pensamento estão materiais como: barras de Cuisenaire, material dourado, ábaco e outros.

Constance Kamii (1931 -)

Kamii é mestre em Educação e doutora em Educação e Psicologia. Em sua trajetória acadêmica, foi aluna de Jean Piaget, psicólogo que inspirou o Construtivismo. Atualmente desenvolve suas pesquisas na Escola de Educação da Universidade do Alabama, nos Estados Unidos. Em seus estudos sobre construção do conceito de número, ela defende a autonomia como finalidade da educação. Sobre o ensino e a aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal, Kamii propõe deixar que as crianças elaborem suas regras enquanto resolvem situações-problema e sinaliza que a sistematização precoce das regras pode esconder incompreensões.

Delia Lerner (1959 -)

Delia Lerner é argentina e especialista em Didática da Linguagem e Didática Matemática. Foi durante muitos anos consultora do Ministério da Educação no Brasil, na elaboração e implementação de políticas educacionais. Em relação ao Sistema de Numeração Decimal, Lerner afirma que a criança possui suas próprias hipóteses sobre números e suas representações. Assim, é a partir delas que o trabalho deve se apoiar, desafiando a criança a avançar na descoberta das regras do sistema através da interação no grupo e sucessivas problematizações.

De olho na BNCC

As orientações da BNCC vão ao encontro dos estudos de Delia Lerner. Observe as habilidades esperadas para cada série para questões relacionadas ao Sistema de Numeração Decimal:

ANO	HABILIDADE
1º	(EF01MA07) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do Sistema de Numeração Decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo.
2º	(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do Sistema de Numeração Decimal (valor posicional e função do zero).
3º	(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna. (EF03MA02) Identificar características do Sistema de Numeração Decimal utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.
4º	(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar. (EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o Sistema de Numeração Decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
5º	(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do Sistema de Numeração Decimal.

Perceba que no primeiro ano espera-se que os alunos compreendam as características do Sistema de Numeração Decimal a partir da composição e decomposição de números. Apenas no segundo ano aparecem a compreensão dos conceitos de valor posicional e função do zero. Antes de explicitar aos alunos as características do S.N.D., cria-se uma base numérica que permite resolver situações-problema envolvendo contagem, comparação, escrita de números e mesmo operações. O estudo das características do S.N.D. como tal acontece a partir do terceiro ano. Note que apenas no quarto ano há uma explicitação do caráter aditivo e multiplicativo da escrita numérica. Isso não significa que o aluno não tenha percebido ou usado essas características e sim que esse não era o foco até então.

As regularidades do S.N.D. e os quadros numéricos

O Sistema de Numeração Decimal (S.N.D.) é um objeto cultural, ou seja, os símbolos que usamos e as regras associadas a valor posicional e base 10 constituem-se uma convenção. Portanto, para aprender sobre ele é necessário ter contato com portadores de informação que propiciem a reflexão sobre suas características (Moreno, 2006).

A busca por regularidades na escrita numérica é uma estratégia das crianças na construção do conhecimento sobre o Sistema de Numeração Decimal. Os quadros numéricos aliados a um trabalho de investigação e síntese de ideias possibilitam a percepção de diversas características do S.N.D.

Observe o quadro de números de 1 a 100, conhecido também como o quadro da centena:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

A disposição dos números permite a observação de algumas regularidades na escrita numérica convencional. Observe algumas observações de alunos sobre o quadro da centena:

- Serve para contar
- O 5 tem só um “número”, o 15 tem dois “números”
- O 100 é o único com três “números”
- O maior número é o 100 e o menor é o 1
- O número 11 está embaixo do 1
- Em uma coluna só tem números terminados em 7
- Nessa coluna tem os números de 1 a 9 junto com o número 6 (16, 26, 36, 46 ...)
- Tem dez números que começam com 1, dez que começam com 2... (referem-se aos números com dois algarismos)
- Depois do “dez”, “vinte”, “trinta” começa-se outra vez o 1, 2, 3, 4, 5... 9 (referem-se à regularidade das escritas das sequências 20, 21, 22, 23, 24... e 30, 31, 32, 33, 34..., por exemplo).

Note que as observações sobre o quadro revelam percepções importantes sobre o Sistema de Numeração Decimal. Planejar um trabalho com quadros numéricos pode auxiliar os alunos a desenvolverem suas percepções.

Atenção: algumas vezes encontramos quadros de números que iniciam em 0 e vão até o 99. Não está errado, mas entendemos que o quadro de 1 a 100 é mais coerente com o uso que faremos dele. Optamos por escrever os números de 1 a 100 porque temos 100 quadrículas. É comum, por exemplo, que os alunos usem o quadro para efetuar contagem e operações. A presença do 0 pode atrapalhar a elaboração dessas estratégias.

Objetivos	• Interpretar a sequência numérica escrita • Observar regularidades na escrita numérica convencional • Ler e escrever números • Compreender as características do Sistema de Numeração Decimal
Organização	• Atividades coletivas e em grupo
Materiais necessários	• Uma cópia do quadro numérico ampliada para ser fixada na sala de aula • Cópias do quadro numérico para os alunos

Apresentando o quadro numérico

Fixe a versão ampliada do quadro numérico na sala de aula. Peça que observem em silêncio tentando descobrir como esse quadro "funciona". Em seguida, organize coletivamente uma lista com os comentários dos alunos. Diga a eles que esse quadro poderá ser consultado sempre que acharem necessário. Sugerimos também que você providencie outro quadro com o nome dos números "redondos". Por exemplo:

10	DEZ	**60**	SESSENTA
20	VINTE	**70**	SETENTA
30	TRINTA	**80**	OITENTA
40	QUARENTA	**90**	NOVENTA
50	CINQUENTA	**100**	CEM

Depois desse primeiro momento de apreciação do quadro, faça algumas problematizações. Por exemplo:

- Qual é o menor número que aparece?
- Fulano, escolha um número do quadro que você saiba o nome.
- Sicrano, qual é o maior número do quadro que você sabe o nome?
- Beltrano, mostre um número que você não conhece o nome. Alguém pode ajudá-lo a descobrir o nome desse número?
- Observem os números terminados em 7, como são os números que aparecem depois deles?
- Qual é o número que vem antes do 38 e depois do 36?

Quem sou?

Coletivamente, proponha alguns advinhas sobre os números do quadro. Diga que você pensou em um número e incentive-os a fazer perguntas para descobri-lo. Combine que a sua resposta será apenas sim ou não. Por exemplo: "Sou maior que 20?", "Tenho algarismos iguais?", "Sou menor que 80?", "Termino com 9?"

Após algumas rodadas coletivas, organize os alunos em dupla e peça que um deles escolha um número do quadro e o copie em um papel. Diga a eles que o outro deve adivinhar qual é esse número fazendo apenas perguntas cujas respostas sejam sim ou não. Depois, os alunos invertem os papéis.

Deixe que brinquem por alguns minutos. Depois, conduza uma roda de conversa perguntando o que acharam da brincadeira, o que foi fácil, o que foi difícil.

Quem sou mais uma vez

Diga a eles que brincarão novamente de "Quem sou?". Relembre com os alunos a conversa que tiveram sobre a brincadeira e retome as regras, caso necessário. Depois que brincarem um pouco, proponha alguns problemas. Por exemplo:

Gabriel e Adriana estavam brincando de "Quem sou?". Gabriel tinha o número 56. Responda às perguntas de Adriana sobre esse número:

Adriana:	Estou na coluna do 5?
Gabriel:	____________________

Adriana:	Sou maior que 20?
Gabriel:	____________________

Adriana:	Sou menor que 40?
Gabriel:	____________________

Adriana:	Sou menor que 60?
Gabriel:	____________________

Adriana:	Sou maior que 50?
Gabriel:	____________________

Adriana:	Sou maior que 55?
Gabriel:	____________________

Veja as perguntas de Gabriel e as respostas de Adriana.

Gabriel:	Sou maior que 30?
Adriana:	Não

Gabriel:	Sou maior que 10?
Adriana:	Sim

Gabriel:	Começo com o algarismo 2?
Adriana:	Não

Gabriel:	Tenho dois algarismos iguais?
Adriana:	Sim

Você consegue adivinhar qual é o número de Adriana?

Completando o quadro numérico

Cubra alguns números do quadro e desafie os alunos a descobrirem quais são eles.

Outra possibilidade é entregar uma cópia do quadro com números faltando para serem completados. A seguir, apresentamos diferentes propostas com níveis de complexidade diferentes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11		13	14	15	16	17	18	19	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63		65	66	67	68	69	70
71	72	73		75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88		90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Números em sequência

Nesta situação, os alunos podem basear-se na sequência oral ou nas regularidades da escrita em um intervalo (mantém-se a dezena e segue a sequência de números de 1 a 9 na unidade).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Números soltos

Desta vez os alunos poderão recorrer às regularidades nas linhas e colunas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12			15	16		18		20
	22	23		25	26		28	29	
31						37			
41		43	44		46	47	48		50
51	52	53	54	55	56			59	60
		63						69	70
					76	77		79	
	82			85		87		89	
91	92			95		97	98	99	100

3. Números escondidos

O fato de haver alguns números escondidos evidenciará a necessidade de pensar na relação entre um número e seus "vizinhos", ou seja, seu antecessor e seu sucessor.

			4	5	6				
		13							
21					26				30
			34				38		
	42								50
51							58		
				65				69	
	72					77			80
81									90
			94			97			

4. Recortes do quadro

Neste tipo de proposta, os alunos precisarão colocar em prática o conhecimento sobre a escrita numérica convencional. Pelo fato de apresentarmos apenas alguns pedaços do quadro, é necessário pensar não apenas nos antecessores e sucessores, como também nos números que são 10 a menos ou 10 a mais.

1	2	3	
	12		
31			

	6	
	26	

		10
	19	

52			
	63		
	73		

71		73	
		93	

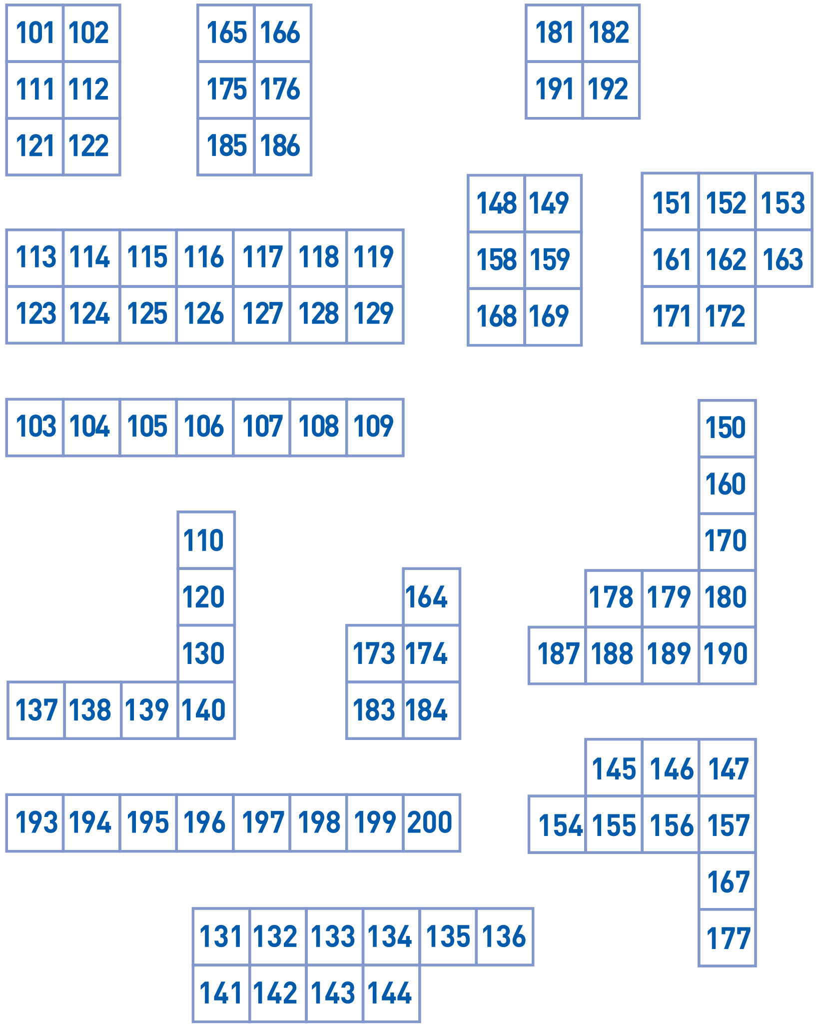
67			
	78		
		89	
			100

Quebra-cabeça

Organize os alunos em duplas e anuncie que conhecerão o "quadro da duzentena", a continuação do quadro da centena.

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

Deixe que os alunos contem o que perceberam sobre o quadro. Em seguida, entregue a cada dupla peças de um quebra cabeça.



O objetivo é montar o quadro de números de 1 a 200. A atividade não é tão simples como parece. Para juntar os números é importante estar atento às regularidades na escrita. Espera-se que percebam que a lógica é sempre a mesma.

Alguns comentários sobre o trabalho com o quadro de números

- Sugere-se que os quadros numéricos sejam explorados pelo menos uma vez na semana. Com o passar do tempo as propostas vão se tornando mais complexas.
- É possível fazer quadros com outros intervalos, de 10 em 10, de 20 em 20... Garanta sempre que os alunos conheçam o nome dos nós ou números rasos (redondos) do intervalo.
- Sempre que for apresentar um quadro, mantenha o anterior para poderem comparar e levantar hipóteses sobre as regularidades do S.N.D.

Sugestão de exploração por série

- **1º ano**: quadro até o 50; quadro da centena.
- **2º ano**: quadro da centena; quadro do 101 ao 200.
- **3º ano**: quadro do 501 ao 599 ou outros intervalos semelhantes; de 10 em 10 (a partir de 10).
- **4º ano**: quadro de 10 em 10 (de 3010 a 4000); quadro de 100 em 100 (a partir de 100).
- **5º ano**: quadro de 100 em 100 (a partir de 20100); quadro de 1000 e 1000 (a partir de 100).

Outros modelos de quadros numéricos

De 1601 a 1700

1601	1602	1603	1604	1605	1606	1607	1608	1609	1610
1611	1612			1615	1616		1618		1620
	1622	1623		1625	1626		1628	1629	
1631						1637			
1641		1643	1644		1646	1647	1648		1650
1651	1652	1653	1654		1656			1659	1660
		1663						1669	1670
					1676	1677		1679	
	1682			1685		1687		1689	
1691	1692			1695		1697	1698	1699	1700

De 100 em 100

100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900	3000
3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700	3800	3900	4000
4100	4200	4300	4400	4500	4600	4700	4800	4900	5000
5100	5200	5300	5400	5500	5600	5700	5800	5900	6000
6100	6200	6300	6400	6500	6600	6700	6800	6900	7000
7100	7200	7300	7400	7500	7600	7700	7800	7900	8000
8100	8200	8300	8400	8500	8600	8700	8800	8900	9000
9100	9200	9300	9400	9500	9600	9700	9800	9900	10000

A escrita de números

Mesmo antes de serem apresentadas formalmente aos números maiores que 10, as crianças têm hipóteses sobre a escrita dos mesmos. Isso ocorre porque elas estão em constante contato com escritas numéricas. A escola muitas vezes limita o intervalo numérico, mas o entorno da criança não.

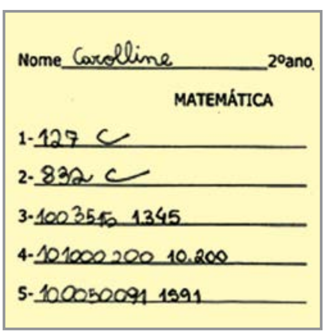
Comparação de quantidades

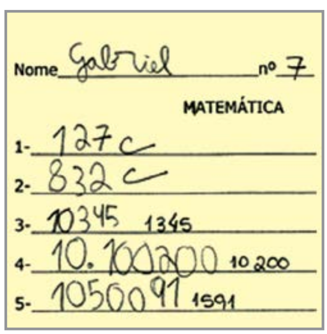
Que número é maior: 2435 ou 2035? Respostas:

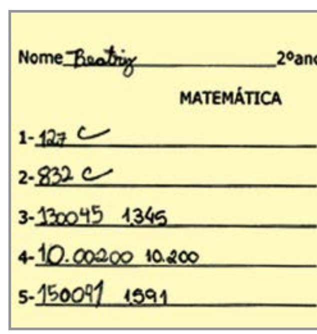
- "Primeiro eu vejo qual tem mais números, qual tiver eu já fico desconfiado, então eu vejo o primeiro ou o segundo e pronto." (Henrique)
- "Acho que é 2435 o maior, porque ele vem na frente na ordem de número, e porque eles são da mesma ordem do 2000... O mais baixo não tem o 400." (Guilherme)
- "Porque 435 é maior que 35." (Bru)
- "O maior é o da esquerda, porque o 4 é maior que o 0." (Vic)
- "O primeiro é maior porque tem 4 a mais." (Ju)

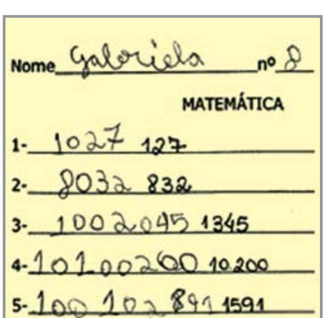
Ditado de números

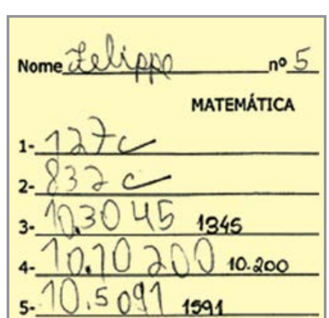
A professora ditou os números 127, 832, 1345, 10200 e 1591.











Em um primeiro momento pode parecer estranho propor a comparação ou escrita de números tão grandes a crianças tão pequenas. Mas é possível observar que os alunos têm hipóteses para essas ações, mesmo que não saibam mensurar efetivamente os números 2435 ou 1591.

As hipóteses que as crianças costumam apresentar sobre comparação de números são:

- Maior número é aquele que tem o maior algarismo; por exemplo: ao comparar 21 com 19 diriam que 19 é maior porque tem 9.
- O maior é o que tem mais algarismos: apesar de intuitiva, essa hipótese é correta para números naturais devido às características do Sistema de Numeração Decimal.
- Pela posição na sequência numérica: um número é maior que outro porque "vem depois" na contagem.
- O primeiro é quem manda: a estratégia de olhar o primeiro algarismo está baseada no valor posicional dos algarismos na escrita numérica.

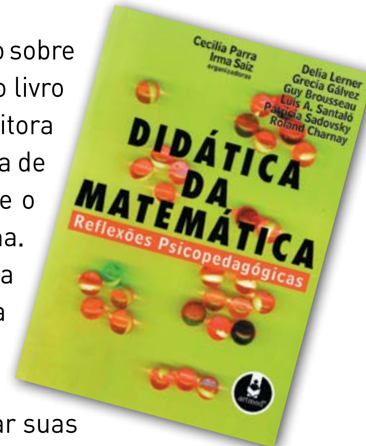
Em relação a escritas de números, as hipóteses são as seguintes:

- Algarismos aleatórios: os alunos usam letras ou escrevem qualquer número.
- Apenas o algarismo das unidades correto: os alunos focalizam apenas o último número enunciado.
- Apoiada na fala: uso dos nós (números redondos) na escrita, apoio da linguagem falada; por exemplo: para escrever 2345 escrevem 2000300405; com o tempo é comum verificarmos tentativas de ajustes na escrita e nos depararmos com escritas do tipo 200030045 ou 2003045 ou ainda 20345 e por aí vai; note que há uma lógica na escrita ainda que não seja convencional.
- Escrita convencional.

Assim como ocorre na alfabetização, é possível fazer sondagens envolvendo a comparação e escrita de números, de modo a auxiliar os alunos a se desenvolverem a partir de suas percepções. Os objetivos de uma sondagem desse tipo são:

- Identificar conhecimentos dos alunos sobre o S.N.D.
- Compreender melhor o que parece erro, mas é hipótese.
- Planejar intervenções para ajudar o aluno a avançar.

Aprofundando a conversa



Delia Lerner, junto com Patrícia Sadovsky, escreveu um capítulo sobre o ensino e aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal no livro "Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas", da Editora Artmed, organizado por Cecilia Parra e Irma Saiz. Em "O sistema de numeração: um problema didático", as autoras evidenciam que o acesso da criança aos conceitos do S.N.D. constitui um problema. Para isso, descrevem entrevistas e questionamentos feitos a alunos sobre a escrita de número. Após uma análise crítica das propostas mais tradicionais de ensino, Lerner e Sadovsky compartilham algumas sugestões de situações didáticas que propiciem aos alunos a oportunidade de questionar e reformular suas ideias para alcançar progressivamente a compreensão da notação convencional.

Como já vimos, o Sistema de Numeração Decimal é posicional, o que o torna mais econômico na escrita – precisamos apenas de 10 símbolos para escrever qualquer número natural. Entretanto, esse fato resulta em um sistema menos transparente, isto é, o valor de cada símbolo está relacionado à posição que ocupa na escrita, não há outro tipo de pista para descobri-lo. Do ponto de vista da Matemática, a posição de cada algarismo está associada a um fator que representa uma potência de 10 (uma dezena é 10^1, uma centena é 10^2, uma unidade de milhar é 10^3 e assim sucessivamente). Obviamente não pretendemos que os alunos percebam essa relação nas séries iniciais do Ensino Fundamental, trata-se apenas da explicação formal do tema. Entretanto, fica claro que o fato de o S.N.D. ser posicional e menos transparente o torna complexo para quem aprende, uma vez que, como ressaltam Lerner e Sadovsky, "quem tenta apropriar-se de nosso sistema de numeração deverá descobrir o que ele oculta" (LERNER & SADOVSKY, 1996, p. 117).

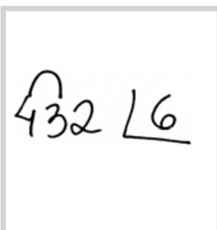
Diante do exposto, as pesquisadoras indicam a necessidade de abordarmos o S.N.D. na sua complexidade e ressaltam que reduzir a reflexão ao ritual associado a valor absoluto, valor relativo, unidade, dezenas, centenas, e assim sucessivamente, não faz sentido do ponto de vista de quem aprende. Para isso, sugerem que abordemos o que chamam de "vida numérica" da aula:

> *Ao pensar no trabalho didático com a numeração escrita, é imprescindível ter presente uma questão essencial: trata-se de ensinar – e de aprender – um sistema de representação. Será necessário criar, então, situações que permitam mostrar a própria organização do sistema, como descobrir de que maneira este sistema "encarna" as propriedades da estrutura numérica que ele representa. (LERNER & SADOVSKY, 1996, p. 124)*

Para propiciar aos alunos oportunidades para compreender esse sistema de representação, as pesquisadoras sugerem quatro atividades básicas: **interpretar** e **produzir** escritas numéricas; **ordenar** e **operar** com números. Note que as ações didáticas apresentadas por Lerner e Sadovsky são coerentes com o que vimos sobre o desenvolvimento do sentido numérico e da elaboração das mentalidades matemáticas.

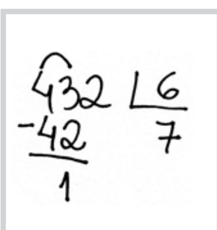
Vale destacar que a não compreensão das características do S.N.D. pode constituir barreira para a construção da mentalidade matemática, principalmente em relação às operações. Na tentativa de facilitar a compreensão do aluno e não colocá-lo diante da complexidade do sistema de numeração que usamos, recorremos a regras muitas vezes sem a devida explicação.

Tomemos, por exemplo, a divisão de 432 por 6 realizada por meio do algoritmo convencional.



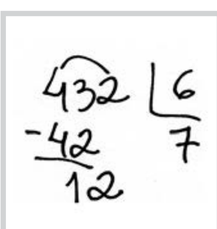
O algoritmo convencional diz que "4 não pode ser dividido por 6, então tomaremos o 43".

Como assim? 4 vale 400, claramente 400 pode ser dividido em 6 partes.



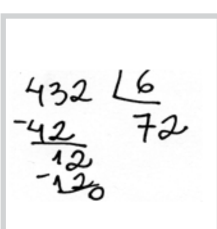
43 dividido por 6 resulta 7, como 7 x 6 = 42, sobra 1.

Ué, o 43 vale 430 na verdade. Como é que 430 por 6 resulta em 7? O que significa sobrar 1?



Como 1 não pode ser dividido por 6, "baixamos" o próximo algarismo, ficamos com 12.

Por que isso funciona? Por que o 1 que tinha sobrado vira 10?



12 dividido por 6 é 2.

Portanto, 432 dividido por 6 resulta em 72.

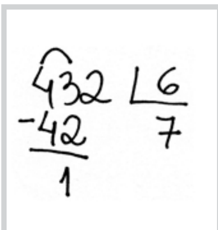
Por que agora o 7 vale 70?

É claro que há uma explicação coerente que se baseia nas características do S.N.D. e nas ideias da operação de divisão. Observe:

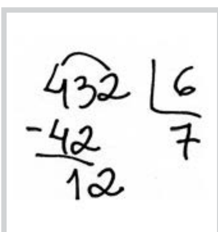
4 centenas não podem ser divididas em 6 partes do modo em que estão.

Troca-se 4 centenas por 40 dezenas e junta-se com as outras 3 dezenas que o número já tinha.

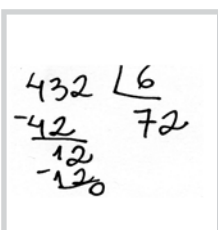
Temos 43 dezenas para serem divididas.



43 dezenas divididas por 6 resulta em 7 dezenas, como 7 x 6 = 42, sobra 1 dezena.



A dezena que sobrou não pode ser dividida em 6 partes do modo em que está. Trocamos 1 dezena por 10 unidades e juntamos com as 2 unidades que o número já tinha. Temos, portanto, 12 unidades para serem divididas.



12 unidades divididas por 6 resulta em 2 unidades.

Portanto, o resultado é 7 dezenas e 2 unidades, ou seja, 72.

Perceba que a explicação do algoritmo convencional da divisão não é intuitiva e baseia-se nas ideias de agrupamento, troca e valor posicional dos números. Para facilitar o entendimento dos alunos, durante muitos anos optou-se por ensinar por meio de passo a passo. Dessa forma, o objetivo era apenas encontrar a resposta correta, mesmo que o procedimento não fizesse muito sentido ao aluno. Voltaremos a essa conversa em um outro momento.

O que queremos dizer com tudo isso? Quando tentamos evitar que os alunos pensem e lidem com a complexidade do S.N.D., nos vemos obrigados a recorrer a explicações e justificativas que não têm relação com a matemática.

Antes de prosseguir para a conversa sobre atividades que possibilitam o avanço dos alunos, que tal responder a algumas questões de concurso para professor sobre o tema?

1. (Secretaria de Educação Estadual de São Paulo – Professor da Educação Básica II; 2014) Em um ditado de números, foi solicitado aos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental que escrevessem: setenta e cinco; seiscentos e cinquenta e sete; dois mil.

Ana, uma das alunas, produziu as seguintes escritas:

705 600507 21000

Beatriz, outra aluna da classe, escreveu esses números da seguinte maneira:

75 60057 21000

Analise as seguintes afirmações a respeito dessas escritas:

I. Ana e Beatriz sabem escrever corretamente o número 1000.

II. Ana e Beatriz elaboraram hipóteses a respeito da escrita dos números baseando-se nas informações que extraíram da numeração falada.

III. Beatriz escreve convencionalmente todos os números compostos por dois algarismos.

IV. Beatriz, durante o ditado, deve ter copiado de outro colega os números 75 e 57, pois suas escritas demonstram incoerência.

Levando em conta as ideias de Delia Lerner e Patrícia Sadovsky, discutidas no texto "O sistema de numeração: um problema didático", e considerando que as afirmações foram feitas baseando-se apenas nas escritas citadas, pode-se dizer que são verdadeiras apenas as sentenças:

(A) I e II.

(B) I e III.

(C) II e III.

(D) I, II e III.

(E) I, III e IV.

2. (Secretaria de Educação Estadual de São Paulo – Professor da Educação Básica I; 2005) De acordo com Lerner e Sadovsky, in Parra e Saiz (1996), para que as crianças compreendam nosso sistema de numeração, o trabalho didático pressupõe:

(A) Explicitar o valor dos algarismos em termos de centenas, dezenas e unidades.

(B) Apresentar os algoritmos convencionais das operações com números naturais.

(C) Usar a numeração escrita para produzir e interpretar escritas numéricas.

(D) Introduzir a história da Matemática desde a Antiguidade.

(E) Apoiar-se em concretizações externas ao sistema como o ábaco.

Organizamos uma série de propostas pensadas para o desenvolvimento dos conceitos relacionados ao S.N.D. na sua complexidade. Diferentemente das propostas anteriores, não associamos a cada uma delas as habilidades da BNCC ou uma série indicada. Isso porque as atividades podem ser adaptadas para diferentes intervalos numéricos a partir da necessidade de seus alunos.

Problematizações sobre escritas numéricas

Delia Lerner e Patrícia Sadovsky defendem que as crianças tenham a oportunidade de pensar sobre as regras do Sistema de Numeração Decimal na sua complexidade. Cabe ao professor elaborar propostas e situações que privilegiem, por exemplo, a reflexão sobre a escrita convencional dos números.

Em seus trabalhos, as professoras descrevem alguns diálogos que tiveram com crianças sobre suas ideias a respeito da escrita numérica e nos mostram possibilidades para um diálogo sobre o tema. Antes de prosseguirmos com algumas sugestões de problematizações sobre escritas numéricas, leia um trecho de uma dessas entrevistas:

Diálogo 1:

Pesquisador	**Dany (6 anos)**
Qual será maior, oitocentos ou setecentos e cinquenta?	Oitocentos é maior.
Como você escreveria oitocentos?	(escreve 800).
E setecentos e cinquenta?	(escreve 70050).
	(fica perplexo, contemplando o que escreveu).

(LERNER & SADOVSKY, 1996, P 108)

Diálogo 2: Nádia já escreveu convencionalmente 2000, 4000, 9000 e 10000.

Pesquisador	**Nádia (6 anos)**
O que é mais, dois mil trezentos e cinquenta australes ou três mil?	Três mil!
Como você escreveria três mil?	(escreve 3000).
E dois mil trezentos e cinquenta?	(escreve 200030050).
Por que este que é menor tem tantos números?	Como é menor?
Você me disse antes que dois mil trezentos e cinquenta é menor que três mil.	Não, não sei. (fica muito preocupada, pensa um longo tempo).
Tens algum problema?	Sim.
Qual é o problema?	Não entendo nada.
Para mim parece que entendes um monte.	(Ri) Mas isto é muito esquisito, porque... olha: (mostrando sua escrita anterior).
Dois mil (2000) trezentos (300) cinquenta (50)	
Se escreve assim?	Eu acho que não (ri). Porque não tenho outra maneira de escrevê-lo... Por agora o escrevo assim.
Então te parece que não é assim, porém como não tens outra maneira, o escreves assim?	Isso mesmo.
E como tu achas que se deveria escrever? Com mais números ou menos?	Com menos.
Com quantos números te parece que deve ser escrito?	Três... Quatro... Algo assim.
Mais ou menos como qual?	Como este (mostra 9000, depois de ter revisado suas escritas anteriores)

(LERNER & SADOVSKY, 1996, P 110-111)

Diálogo 3: Nádia em uma segunda entrevista

Pesquisador	**Nádia**
	Da outra vez fiz tudo errado, me enganei muito.
Por que você acha que errou muito?	Porque nos números grandes, por exemplo o duzentos, o duzentos e cinco, eu o fiz assim: 2005, e tinha que fazer assim: 205.
Como você descobriu que duzentos e cinco é assim? (205)	Depois fiquei pensando que tinha me enganado. Não sei como explicar.
E duzentos e trinta e cinco, como é?	235
Não leva nenhum zero no duzentos e trinta e cinco?	Não.
[...] E como você escreve novecentos e cinquenta e oito?	958.
Não leva zeros? Nenhum zero?	Não.
E novecentos e cinco?	(Escreve 9050, o risca, logo escreve 900 e coloca um cinco sobre o último zero.) 905
Por que aqui (905) leva zero e ali (958) não leva zero?	Porque aqui (905) é cinco e ali (958) é cinquenta e oito. Porque cinquenta e oito são dois números e cinco é um só.
E o que acontece se a este (905) não coloco nenhum zero?	Se não colocar nenhum zero é noventa e cinco. Precisa colocar para que se saiba que é novecentos e cinco.
[...] E dois mil e quinhentos, como será?	2500 5 (escreve primeiro 2000, com o 5 sobre o primeiro zero)
Você pode contar o que pensou?	Não sei.
E o dois mil quinhentos e cinquenta e oito?	2558 558 (escreve primeiro 2000 e logo, sobre os zeros, 558).

(LERNER & SADOVSKY, 1996, P 112-113)

Faça uma lista do que mais chamou a sua atenção nos diálogos:

Como sinalizam as autoras, as crianças criam hipóteses da escrita numérica baseando-se na fala e em seu conhecimento da escrita dos "nós" ou números rasos (1000, 2000, 200, 700). Muitas vezes observamos que a escrita está convencional para números de 3 algarismos, mas isso não significa que a criança já entendeu a regra do jogo; ao propormos a escrita de um número de 4 algarismos, vemos mais uma vez a escrita relacionada à fala. Observe alguns exemplos extraídos do trabalho de Lerner e Sadovsky:

- Oito mil novecentos e vinte e quatro → 800090024 (a aluna já sabe escrever convencionalmente o número 24)
- Quatro mil centro e três → 41000103 (o aluno já sabe escrever convencionalmente o número centro e três)
- Sete mil e vinte e cinco → 1700025 (a aluna já sabe escrever convencionalmente o número 25)

Isso ocorre porque a construção do conhecimento sobre o S.N.D. não se dá de uma só vez, exige tempo e passará por sucessivas definições e redefinições.

A partir da análise dos diálogos anteriores é possível observar que as hipóteses de comparação auxiliam o aperfeiçoamento e ajustes nas hipóteses sobre a escrita numérica. Conversar com os alunos sobre a escrita de números pode ser uma estratégia interessante para auxiliá-los a compreender a escrita não transparente dos números no S.N.D. Mas, para isso, é preciso conhecer o que o aluno já sabe para problematizar e intervir do modo mais adequado.

Entrevistas e diálogos sobre números são excelentes recursos. Mas é possível propor outros tipos de situação para que os alunos pensem sobre a escrita numérica. Apresentamos algumas sugestões:

1. Proponha que os alunos escrevam o maior número que saibam ler. Depois, em roda, questione qual é o maior e o menor número escrito. Você pode colar no quadro os números e seus nomes. Se necessário, converse sobre os portadores numéricos que podem auxiliá-los a descobrir o nome dos números. Lembre-se de problematizar sobre as hipóteses de escrita de números apoiando-se também na hipótese que possuem de comparação de números.

2. O ditado de números, além de trazer pistas para o professor, pode ser usado para iniciar uma discussão sobre a escrita numérica. Após o ditado você pode montar duplas produtivas e propor que comparem as escritas e cheguem a um consenso, caso elas não sejam as mesmas. Combine que só conversarão sobre aqueles números para os quais não decidiram a escrita mais adequada. Para que você possa avaliar o conhecimento dos alunos, peça que registrem suas anotações em um quadro como o que segue:

Minha escrita	Escrita diferente da minha	Conclusão

3. É possível propor situações-problema baseadas em ditados:

a) A professora Josefa fez um ditado de números e percebeu que nem todas as escritas estavam corretas. Observe algumas respostas. Pinte a escrita correta. Depois escolha uma escrita errada e explique por que você não concorda com ela.

três mil e sessenta e sete

3100067	3000607	30067	3067	300067

b) Observe a escrita de números de Adriana, Gustavo e Marcelo em um ditado:

Número ditado	Adriana	Gustavo	Marcelo
Duzentos e vinte e seis	200206	226	20026
Trezentos e nove	3009	309	39
Mil quatrocentos e dois	10004002	1402	1000402

Quem escreveu corretamente os números?

Que dicas você daria aos outros alunos para não errarem em uma próxima vez?

Fichas sobrepostas

O que é? Conjunto de 40 fichas que se sobrepõem para formar números. Na página 140 do Apêndice, você encontra este material para fazer cópias e depois recortar.

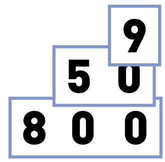
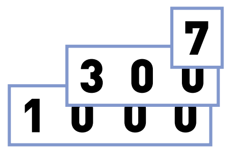
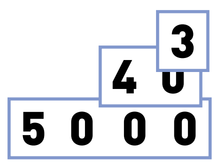
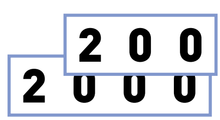
1	2	3	4	5	6	7	8	9	100

10	20	30	200	300
40	50	60	400	500
70	80	90	600	700

1000	2000	8000
3000	4000	9000
5000	6000	7000

800	900

Observe como o material é utilizado para formar números:

Oitocentos e cinquenta e nove	800 50 9		859
Mil trezentos e sete	1000 300 7		1307
Cinco mil e quarenta e três	5000 40 3		5043
Dois mil e duzentos	2000 200		2200

Na internet há um aplicativo que permite a exploração de fichas sobrepostas virtuais. Que tal conhecê-lo? Acesse: http://www.educacaodinamica.com.br/ed/views/game_educativo.php?id=16&jogo=Cartelas%20Sobrepostas

Explique com as suas palavras como usamos as fichas sobrepostas para escrever os números:

As fichas sobrepostas constituem-se em um excelente recurso para a aprendizagem da escrita numérica convencional, porque evidenciam a relação entre a fala e as regras do S.N.D. Entretanto, é preciso ficar claro que nenhum material didático garante a construção do conceito. Isso porque a compreensão se dá internamente, na cabeça do sujeito. Desse modo, é importante propiciar atividades e problematizações que façam o aluno mobilizar o conhecimento sobre número que já possui e aperfeiçoá-lo cada vez mais. A seguir, apresentamos algumas sugestões de explorações para esse material.

Representando números com as fichas sobrepostas

Organize os alunos em duplas ou trios e entregue a cada grupo um conjunto de fichas. Antes de qualquer exploração, mostre a eles quais peças compõem o conjunto e combine que, ao final da aula, precisam conferir as peças.

Deixe que manuseiem livremente o material por algum tempo. Em seguida, mostre a eles como as fichas podem ser utilizadas para escrever números.

Peça para pegarem, por exemplo, as fichas 500, 20 e 9 e pergunte que número será formado. Faça isso para alguns números. Atente-se para explorar números em que um ou mais dos algarismos seja zero, por exemplo: 508, 580, 1080, 2009, 3400 etc.

Proponha a escrita de alguns números conhecidos para as crianças: idade, número da escola, número do sapato, ano e assim sucessivamente.

Ditado de números

Faça um ditado de números incentivando-os a consultarem as fichas quando necessário. É importante que percebam nas fichas um recurso para auxiliá-los no ajuste da escrita numérica.

Compondo e decompondo números

As fichas podem ser utilizadas para mostrar diferentes formas de compor e decompor um número. Por exemplo:

Com as fichas 3000, 700, 20 e 8 formamos o número 3728. Entretanto, é possível formar dois ou mais números que podem ser somados para chegar a ele:

3700 + 28 = 3728

3000 + 728 = 3728

3708 + 20 = 3728

3008 + 720 = 3728 ...

Proponha que os alunos façam algumas decomposições do tipo e registrem em seus cadernos. A habilidade de compor e decompor números é bem importante e auxilia na compreensão do cálculo de operações.

Trocando fichas

Apesar de o foco das fichas estar na ideia do valor posicional do S.N.D., é possível explorar o conceito de agrupamento e base decimal. Por exemplo:

- De que modo posso trocar uma ficha de 1000 por outras duas fichas? E por três fichas?
- De que modo posso trocar três fichas por uma de 2000?
- Quantas fichas de 100 precisamos para trocar por uma de 1000?
- Por quais fichas podemos trocar uma de 300, uma de 400 e uma de 500?

Calculadora

A calculadora pode ser aliada no ensino de Matemática. A Base Nacional Comum Curricular, por exemplo, elenca o uso da calculadora dentre os tipos de cálculos que devem ser abordados na Educação Básica:

> *No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras. (BRASIL 2018)*

Isso porque a calculadora, nesse documento, é vista como um recurso, ao lado de ábacos, jogos, livros, vídeos e planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, para propiciar a compreensão e aplicação de noções matemáticas.

Ainda nos dias atuais alguns mitos cercam o uso da calculadora na escola. Aqueles que são contra o emprego da máquina nas aulas de Matemática afirmam que se os alunos usarem a calculadora não aprenderão os fundamentos matemáticos, que ela torna os alunos preguiçosos ou dependentes do equipamento.

Por outro lado, quem as defende sinaliza que a disponibilidade da calculadora não diminui o desenvolvimento das habilidades básicas e permite explorações interessantes que deixem de lado momentaneamente o cálculo para analisarmos as regularidades de um conjunto de resultados. (WALLE, 2009) Em suma, quando a intenção está na investigação de conceitos e propriedades, a agilidade da máquina é uma vantagem. Soma-se a isso o fato de a calculadora ser um recurso usado comumente na sociedade. Conhecer suas potencialidades permite um uso efetivo dessa tecnologia e o desenvolvimento da percepção sobre quando é melhor usá-la e quando não.

Diversas atividades com a calculadora propiciam um trabalho investigativo sobre o Sistema de Numeração Decimal. Antes de prosseguirmos, que tal assistir a um vídeo publicado em 2006 pela Revista Nova Escola?

https://novaescola.org.br/conteudo/3713/transformando-numeros-na-calculadora-parte-1

Transformando números na calculadora

Antes de propor as investigações a seguir, é importante analisar a familiaridade das crianças com a calculadora. Para isso, sugerimos algumas atividades:

- Marquem o 1 na calculadora. Agora, sem apertar nenhuma tecla respondam o que aparecerá se marcarmos o 6? Agora marquem o 6. O que aconteceu? E se quero escrever 45 (colocar na lousa) qual tecla aperto primeiro?
- O que significam cada uma das teclas +, - e =? Vocês sabem como podemos usá-las para fazer contas? Deixe que experimentem.

1ª etapa: Ditado de números na calculadora

Organize as crianças em duplas. Dite um número e peça que o escrevam na calculadora. Depois, pergunte às crianças o que precisarão fazer para transformar o número em outro. Combine que não podem apagá-lo, que precisam encontrar o número pedido com o uso das teclas das operações. Por exemplo:

- Anotem na calculadora o número 459. Sem apagá-lo, pensem que teclas vocês deverão apertar para que apareça o número 409?

Converse com eles sobre como fizeram. Pode ser que algum aluno faça 459 – 5, que não pense no valor relativo do algarismo 5. Algumas chegarão ao resultado por ensaio e erro.

Após cada situação é importante propor a discussão coletiva, perguntando como as crianças se deram conta que deveriam realizar esta operação. Provavelmente, os argumentos das crianças estarão baseados exclusivamente na numeração falada. Por exemplo: “Era quatrocentos e cinquenta e nove. Então, tirei o cinquenta porque sumiu da sua fala.”

Proponha outras situações semelhantes às anteriores variando os números. Alterne a grandeza numérica (números de dois, três e quatro algarismos) e o lugar onde deverá aparecer o zero (na unidade, na dezena, na centena). Por exemplo:

- Transforme 34 em 30
- Transforme 432 em 402
- Transforme 9354 em 9054
- Transforme 345 em 305
- Transforme 9815 em 9015
- Transforme 9268 em 9208
- Transforme 6275 em 6075
- Transforme 7403 em 7003

Circule pela sala e registre as hipóteses e comentários que lhe chamarem atenção para serem tratados em outros momentos.

Observação: não é recomendável registrar o número com ponto, separando a unidade de mil, pois pode confundir as crianças na hora de registrá-lo na calculadora.

2ª etapa: Evidenciando as aprendizagens

Retome com os alunos o que fizeram na aula anterior com a calculadora. Você pode propor que façam outras transformações. O foco está na proposição de uma roda de conversa sobre quais foram as estratégias adotadas. Por exemplo:

- Vocês transformaram 452 em 402. Como descobriram qual número deveria ter sido subtraído?
- Para transformar 136 em 130 vocês fizeram 136 - 6 = . Como fizeram para saber que deveriam tirar 6 e não 60 ou 600?
- Para transformar 149 em 109 vocês fizeram 149 – 40 = . Como fizeram para saber que deveriam tirar 40 e não 4 ou 400?
- Para transformar 6275 em 6075 vocês fizeram 6275 – 200 = . Como fizeram para saber que deveriam tirar 200 e não 2 ou 20?

Converse coletivamente sobre cada caso. Esse é um momento importante para que os alunos possam sistematizar suas ideias e validarem suas hipóteses sobre a escrita numérica e o valor posicional dos números, mesmo que de modo intuitivo.

Calculadora quebrada

Essa é uma proposta bastante interessante e propicia o desenvolvimento de noções relacionadas a valor posicional de algarismos, composição e decomposição. Explique aos alunos que vocês fingirão que há teclas quebradas nas calculadoras que não podem ser usadas e que terão que pensar em estratégias para escrever os números.

- Imagine que a tecla 8 está quebrada, como fariam para aparecer na calculadora os números: 398, 82 e 820?
- Dessa vez a tecla 1 está quebrada. Como escrever: 1823, 315, 2112, 291?
- E se a tecla zero estiver quebrada? Como escrever o número 1410? E os números 100 e 2019?

Perceba que essa proposta exige a elaboração de estratégias baseadas no conhecimento que se tem de números e do S.N.D. Se desejar, proponha que os alunos registrem em um papel o passo a passo das suas estratégias. Essa é uma forma de você avaliar a posteriori o conhecimento dos alunos e planejar intervenções adequadas.

Outras propostas

Na sequência, apresentamos outras sugestões de problematizações para a calculadora com o foco no desenvolvimento de noções relacionadas ao S.N.D.

- Como conseguir na calculadora o número 823 sem digitar 8, 2 ou 3?
- Digite o número 13 na calculadora. Usando as operações de adição e subtração, escreva o número 89.
- Digite o número 1111. Como transformá-lo no número 2222?
- Digite 675 e o transforme em um número de quatro algarismos em que todos os algarismos sejam iguais.
- Digite 137, como obter a partir dele o número 713?
- Digite o número 23 722 682 na calculadora. O que você pode fazer para eliminar todos os algarismos 2 desse número, sem mudar a quantidade de algarismos dele?

Jogo: Formando números

Para o jogo você precisará de 4 cartas de cada algarismo de 0 a 9, totalizando 40 Cartas de Algarismos, e 15 Cartas de Ordens (descritas a seguir). No Apêndice, localizado no final deste livro (páginas 142 a 144), você encontra cartelas com o material usado nesta atividade (Jogo: Formando números). Faça as cópias necessárias e recorte-as para jogar.

Ordens

Formar o **maior número** da rodada.	Formar o **menor número** da rodada.	Formar o **maior número par** da rodada.	Formar o **menor número ímpar** da rodada.	Formar um número **maior do que 600**.
Formar um número **menor do que 400**.	Formar um número **maior que 300** e **menor que 600**.	Formar um número **entre 600 e 800**.	Formar um número **entre 800 e 900**.	Formar o número **mais próximo de 700** na rodada.
Formar o número **mais distante de 200** na rodada.	Formar o número **mais próximo de 1000** na rodada.	Formar um número **ímpar entre 300 e 500**.	Formar um número **par maior que 250** e **menor que 650**.	Formar um número **menor que 300**.

Observação: as ordens para o jogo podem ser modificadas de acordo com a série e os conceitos que precisam ser trabalhados. É possível incluir questões relacionadas a múltiplos, divisores, por exemplo; você pode adaptar o jogo para formar números com 4 cartas.

Como se joga

1. Organize os alunos em quartetos e peça que embaralhem as cartas com os algarismos e organize-as em um monte com a face voltada para baixo. Solicite que façam o mesmo com as cartas das ordens.

2. A cada rodada, os alunos retiram 3 cartas de algarismos do monte para si e viram a primeira carta do monte das ordens. Por exemplo: formar o maior número ímpar. Os jogadores precisam tentar formar o número solicitado usando as 3 cartas que sortearam.

3. Marca o ponto quem conseguir atender à ordem dada. Atenção: dependendo da ordem dada, mais de um jogador pode marcar ponto na rodada.

4. Antes de começar uma nova rodada, os algarismos são devolvidos ao monte e as cartas são novamente embaralhadas.

5. Ganha o jogador que tiver mais pontos ao final de 7 rodadas.

Apresentando o jogo

Sugerimos que as regras do jogo sejam apresentadas por meio de uma simulação. Para isso, você pode organizar a turma em quartetos e entregar a cada um deles algumas cartas de algarismos. Cada grupo representa um jogador e você sorteia as ordens discutindo coletivamente as regras do jogo e sanando eventuais dúvidas sobre como se joga. Em seguida, proponha que joguem nos grupos. Enquanto jogam, circule e intervenha apenas quando não conseguirem chegar a um consenso. Ao final da aula, conduza uma roda de conversa sobre o que acharam do jogo.

Pensando um pouco mais sobre o jogo

Proponha que joguem mais uma vez. Ao final, peça que cada grupo escreva uma carta para você contando o que achou do jogo. Você pode sugerir algumas perguntas norteadoras, como por exemplo: O que foi fácil? O que foi difícil? Que pistas vocês poderiam dar para se dar bem no jogo? O que vocês acham que aprenderam?

Sugerimos que você responda às cartas dos alunos. É importante que esse tipo de registro tenha uma devolutiva adequada.

Registrando as rodadas do jogo

Proponha mais uma vez o jogo "Formando números". Desta vez, combine que cada grupo irá preencher um quadro com as rodadas do jogo. Na próxima página, há um exemplo preenchido.

ORDEM	NÚMEROS FORMADOS PELOS ALUNOS			

Ao final das rodadas, recolha os registros para avaliar o entendimento dos alunos sobre o Sistema de Numeração Decimal. Por exemplo, no exemplo de registro, vemos que Carina poderia ter ganho a rodada se tivesse percebido que 972 é maior que 792, que seria mais interessante usar o 9 como 900 do que como 90.

Problemas do jogo

Antes de propor o jogo pela última vez, converse com as crianças sobre suas observações a partir do registro. Você pode conversar sobre alguns equívocos ocorridos no jogo que, se evitados, poderiam render pontos aos jogadores.

Após o jogo, proponha algumas problematizações relacionadas às rodadas. Você pode elaborar situações relacionadas ao que observou na sala de aula. Apresentamos algumas sugestões:

- Se você tivesse os algarismos 7, 2 e 5 e a ordem fosse "formar o número mais distante de 200", que número você faria?
- Em uma rodada, Gabriel tinha os algarismos 5, 6 e 9. A ordem foi: Formar o menor número ímpar. Gabriel formou o número 965. Você concorda com essa escolha?

Observe um registro de um grupo:

ORDEM	NÚMEROS FORMADOS PELOS ALUNOS			
	Carina	Cláudia	Glauber	André
Formar o maior número na rodada	792	532	311	850
Formar o menor número ímpar na rodada	135	671	230	452
Formar o número mais próximo de 700 na rodada	241	738	651	811
Formar o número mais distante de 200 na rodada	109	841	293	762
Formar um número entre 600 e 800	672	706	127	453
Formar um número entre 300 e 500	870	347	931	419
Formar um número menor que 300	212	104	617	847

O registro acima foi feito por um grupo do 6º ano, a partir do jogo das 3 cartas.

- Pinte quem marcou ponto a cada rodada para descobrir quem ganhou o jogo.
- Observe os registros da primeira linha. Algum aluno poderia ter escrito um número maior com suas cartas?
- Algum aluno poderia ter formado um número diferente para marcar ponto na rodada cuja ordem foi “Formar um número entre 600 e 800”?
- Que dica você daria para os alunos formarem um número menor que 300?

Materiais estruturados para o ensino do S.N.D.

Durante muitos anos acreditou-se que o uso de materiais manipuláveis facilitaria a construção de conceitos pelos alunos, por se basear em algo “concreto”. Entretanto, após estudos sobre como o sujeito aprende e a concepção de que o sentido numérico é algo mental e interno, muitos estudiosos passaram a questionar o uso de alguns materiais estruturados, isto é, desenvolvidos para o ensino de S.N.D. Um deles é o material dourado. Leia um trecho de um artigo da revista “Nova Escola” sobre o tema.

Cartão amarelo para o material dourado

Educadores explicam os problemas desse recurso e mostram caminhos alternativos

Por: Jacqueline Hamine, Wellington Soares e Paula Peres

“Em que situações da vida de cada criança, sem ser na escola, um número como 12 aparece na forma de uma barra e dois cubinhos?”, provoca Célia Carolino, professora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). A fala forte já indica a opinião da pesquisadora do ensino de Matemática, uma das mais respeitadas do país: como a maior parte da comunidade acadêmica, ela acredita que está na hora de abandonar o uso do material dourado.

No mundo do futebol, o cartão amarelo é um sinal de atenção. Para o material dourado, vale o mesmo princípio: se o professor optar por usá-lo, precisa estar ciente dos limites dos cubinhos e barras. O recurso foi criado pela educadora italiana Maria Montessori (1870-1952), ganhou espaço nas salas de aula no final do século 20 e até hoje - muito por força da tradição - é considerado indispensável na aula de certos professores. Mas pesquisas recentes na área da didática da Matemática indicam que seu uso não é essencial e que ele pode, na verdade, atrapalhar.

Em sala, o conjunto de cubos, barras e placas serve para que crianças no início da escolarização se apropriem do sistema de numeração, ou seja, compreendam a organização dos números. A principal semelhança entre ele e o sistema decimal utilizado por nós é a organização em base 10: assim como 10 unidades formam uma dezena, 10 cubos pequenos são equivalentes a uma barrinha, 10 barrinhas (dezenas) equivalem a uma placa (centena) e 10 placas a um cubo grande (milhar). “O material dourado pode ser usado para as crianças compreenderem, visualmente, que o número 100 é composto de várias unidades”, exemplifica Mônica Mandarino, uma das redatoras da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e professora aposentada da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (Unirio).

Mas compreender os conceitos de dezena, centena e milhar é muito diferente de se apropriar verdadeiramente do sistema de numeração. A base decimal é apenas um dos elementos que formam a maneira como representamos quantidades. Outros elementos são os símbolos e o reconhecimento do valor dos algarismos, dependendo de sua posição nos números. Ambos os aspectos não entram em jogo na manipulação do material dourado. No sistema decimal, cada algarismo pode assumir diversos valores. Se escrito sozinho, o 2 pode representar duas unidades, mas também 20, 200 e assim por diante, dependendo da existência ou não de outros algarismos a sua direita.

No material dourado, por outro lado, a ordem em que se colocam as peças não altera o valor final. Se formos criar o número 25, por exemplo, a ordem das duas barrinhas e dos cinco cubinhos não faria diferença: eles continuariam valendo a mesma quantidade. Já no nosso sistema, mudar o 2 e o 5 de posição modifica completamente o número. "Nesse sentido, o material dourado se assemelha ao sistema egípcio, que se baseia na adição de elementos", compara Camilla Schiavo, formadora do Instituto Avisa Lá, em São Paulo.

Para aproximar o funcionamento do sistema de numeração com o do material, seria necessário estabelecer uma série de regras, que só tornariam sua utilização ainda mais complicada para as crianças. "Muitos professores acreditam que estão ajudando os alunos, baseados na ideia de que todo material concreto ajuda. Mas, na verdade, as crianças estão entendendo mais sobre a lógica do próprio material dourado do que sobre os números", argumenta Maria Clara Galvão, formadora de professores da Escola da Vila, em São Paulo. "As semelhanças entre o material dourado e o sistema decimal são muito menores do que pensam os professores que usam o recurso para ensinar esse conteúdo."

Outra crítica é que o uso sistemático desse material cria uma etapa intermediária desnecessária na aprendizagem. "Se uma criança precisa resolver um problema com morangos e jabuticabas, por que converter isso para madeira e, depois, converter novamente para números? Se necessário, as próprias frutas podem ser o material manipulado, não precisa de um sistema intermediário nesse processo", argumenta Célia Carolino.

Já Mônica Mandarino defende que o material pode continuar fazendo parte do trabalho do professor, mas apenas como um apoio. Por exemplo, quando parte da turma não entendeu os conceitos de unidade, dezena e milhar pelas explicações tradicionais. O que Mônica condena é o uso deturpado do recurso.

Fonte:https://novaescola.org.br/conteudo/8598/cartao-amarelo-para-o-material-dourado

Concordamos com os pesquisadores entrevistados no texto sobre o uso de materiais estruturados. Eles não ensinam sozinhos, a relação de números se dá internamente. Por isso, apresentaremos propostas para o trabalho com esses materiais de modo a potencializar a reflexão e aperfeiçoamento das ideias dos alunos.

O governo do Estado do Paraná organizou seu referencial curricular a partir da publicação da Base Nacional Comum Curricular. Para auxiliar os professores no trabalho em sala de aula, cada conjunto de objeto de conhecimento e sua(s) respectiva(s) habilidade(s) descritos na BNCC foram desdobrados, ampliados ou sistematizados para delimitar os objetivos de aprendizagem.

Observe dois exemplos:

1º ano	
Objeto do conhecimento	**Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100)**
Habilidade	(EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por meio de registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros.
Objetos de aprendizagem	• Contar até 100 unidades utilizando agrupamentos de 10 em 10 como estratégia e outros. • Ordenar números, progressivamente, até 100 unidades. • **Representar números de até duas ordens utilizando recurso didático manipulável e digitais.** (Neste caso, sugere-se a utilização do material dourado, ábaco, cédulas sem valor, palitos de sorvete, ligas elásticas e quadro de ordens (valor-lugar), dentre outros) • Ler e realizar hipóteses de escrita alfabética dos números naturais até 100.

2º ano	
Objeto do conhecimento	**Composição e decomposição de números naturais (até 1000)**
Habilidade	(EF02MA04) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições para reconhecer o seu valor posicional.
Objetos de aprendizagem	• Resolver e elaborar problemas utilizando diferentes estratégias de cálculo, dentre elas a composição e a decomposição de números (de até três ordens) por meio de adições. • Utilizar o zero com o significado de ordem vazia e ausência de quantidade. • **Representar números de até três ordens utilizando recursos manipuláveis e digitais.** (Neste caso, sugere-se a utilização do material dourado, ábaco, cédulas sem valor, palitos de sorvete, ligas elásticas e quadro de ordens (valor-lugar), dentre outros) • Reconhecer e utilizar agrupamentos de quantidades que representam dúzia e meia dúzia no contexto das práticas sociais.

Fonte: Referencial Curricular do Paraná: Princípios, Direitos e Orientações, Paraná, 2018

Observe que há uma indicação do uso de recurso didático manipulável nas orientações curriculares do Paraná, dentre eles aparecem o material dourado, o ábaco e o dinheiro de brinquedo (cédulas sem valor).

Antes de prosseguirmos, que tal registrar o que você já faz na sala de aula com esses materiais? Ao final da discussão, voltaremos a esse quadro para ampliá-lo, se for o caso.

Recurso	**Como utilizo**	**Ampliações**
Material Dourado		
Ábaco		
Dinheiro de brinquedo		

Representando quantidades com materiais manipuláveis

Vamos pensar um pouco mais sobre a representação de quantidades por meio desses materiais. Represente os números abaixo com o material dourado, ábaco e dinheirinho. Registre as representações no quadro por meio de desenhos.

Número	Material dourado	Ábaco	Dinheirinho
45			
70			
312			
206			
260			

Responda:

Quais são as semelhanças e diferenças entre as representações?

Semelhanças	Diferenças

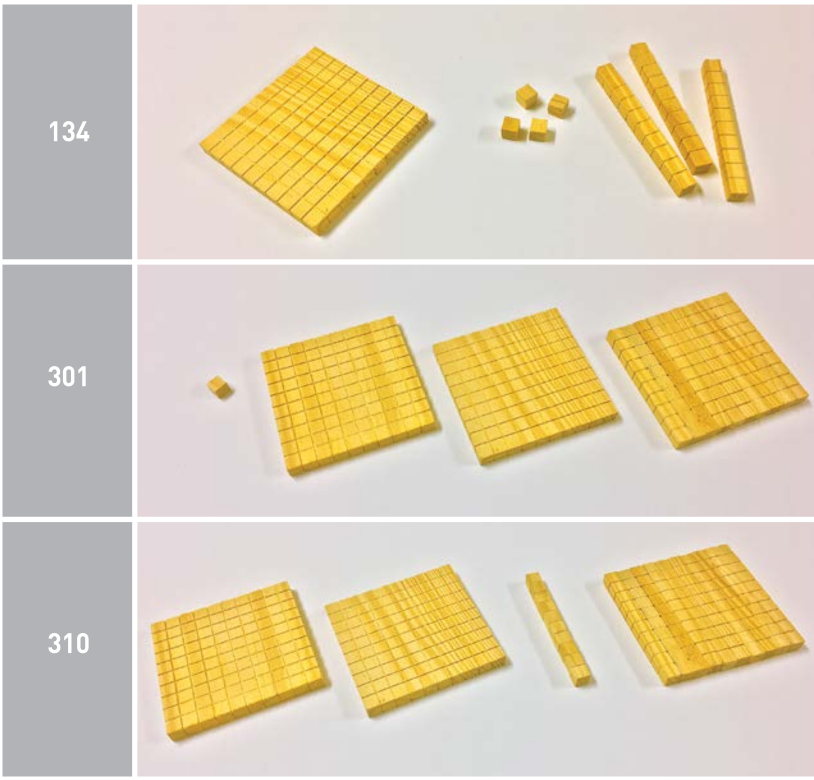
Quais noções sobre o S.N.D. estão evidenciadas em cada um deles?

Material dourado	
Ábaco	
Dinheirinho	

O material dourado

Como vimos, o uso do material dourado tem sido criticado por especialistas principalmente porque não está diretamente relacionado às propriedades do Sistema de Numeração Decimal. Vamos pensar um pouco mais sobre isso.

Observe três números representados com o material dourado:



Em cada caso, o algarismo 1 vale uma quantidade diferente. Na escrita convencional, o que determina o valor do algarismo nos números 134, 301 e 310 é a posição que ele ocupa no número: 100, 1 e 10, respectivamente. Entretanto, no material dourado, a peça indica o valor do algarismo: placa, cubinho e barra. Essa é a principal origem da crítica relacionada ao uso do material dourado com quem está aprendendo. Esse tipo de representação não é fiel às características do S.N.D. por não apresentar a noção de valor posicional. A barra vale 10 unidades ou 1 dezena sempre, não importa a sua posição na representação.

Apesar disso, entendemos que o material dourado evidencia a característica decimal, a noção de agrupamento, trocas, composição e decomposição do sistema de numeração que usamos. Diante do exposto, defendemos que o material dourado pode ter seu lugar na escola se tivermos clareza da sua limitação.

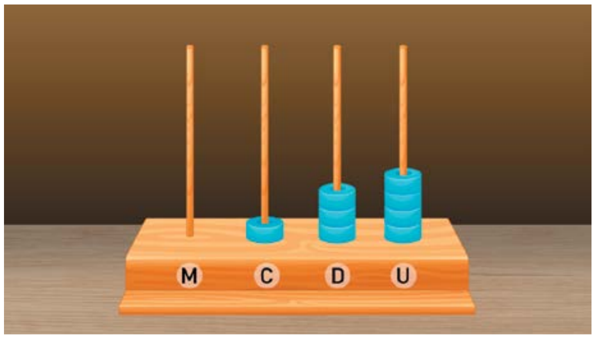
O registro da quantidade de peças em cada ordem (centena, dezena e unidade) minimiza a limitação do material dourado na representação numérica.

O ábaco de pinos

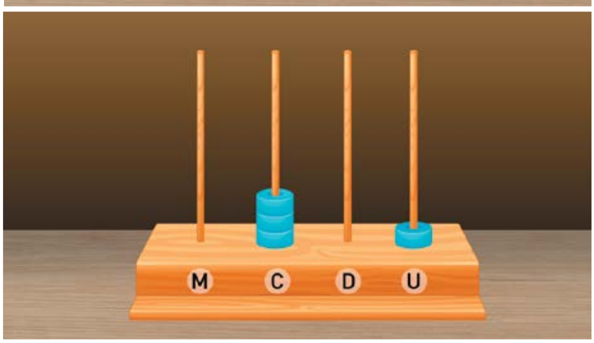
O ábaco de pinos aberto tem sido bastante utilizado em sala de aula. Uma das justificativas está no fato dele evidenciar o valor posicional de um número.

Observe a representação dos mesmos três números no ábaco:

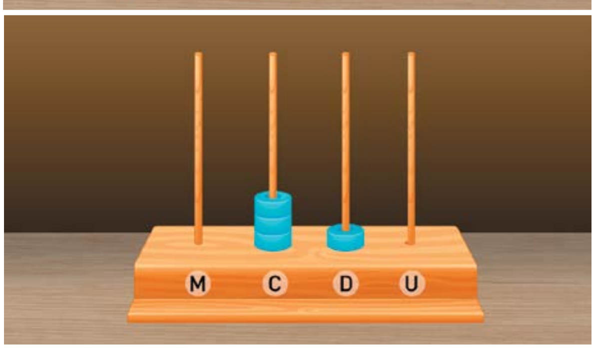
134



301



310



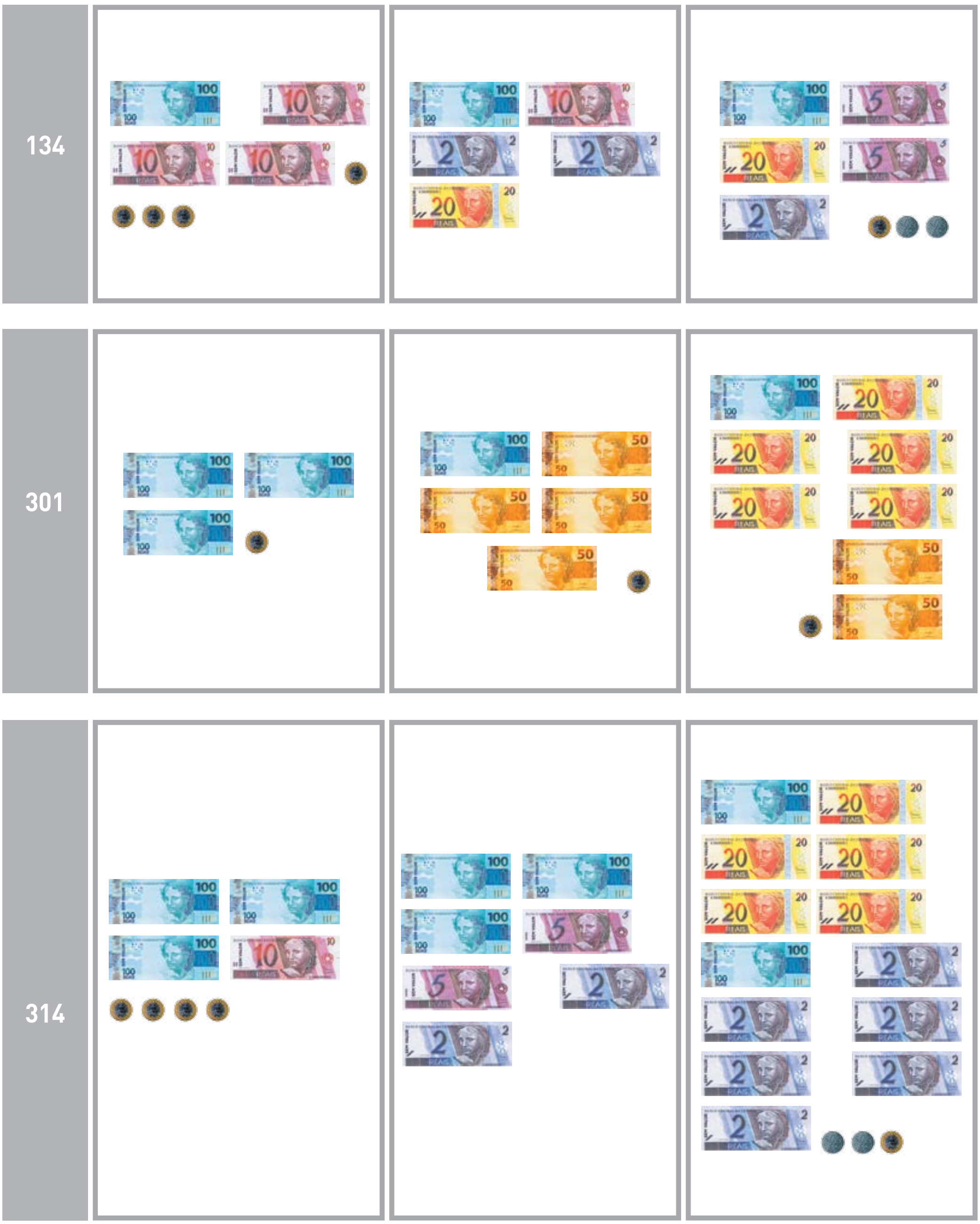
Note que o valor do algarismo 1 depende da posição que ele ocupa na representação. Até por isso, recomendamos fortemente que você não faça uma separação de ordem por cores. Não é a cor que evidencia o valor da peça e sim sua posição nos pinos.

Como vimos, o ábaco evidencia a noção de valor posicional e por isso tem sido bastante aceito como recurso para aprender sobre o Sistema de Numeração Decimal. Entretanto, o agrupamento de dez em dez não é algo explícito no material. Afinal, normalmente cabem mais de 10 argolas em cada pino.

Dinheirinho de brinquedo

As cédulas sem valor, ou dinheirinho de brinquedo, não são materiais estruturados, isto é, não foram criados com fins didáticos. Entretanto, seu uso pode potencializar a reflexão sobre o S.N.D.

Observe algumas representações dos mesmos números por meio do dinheiro:



Assim como o material dourado, as cédulas de dinheiro não evidenciam o caráter posicional dos algarismos nas escritas numéricas. Além disso, não há uma visualização física da relação entre duas notas de 50 reais e uma nota de 100 reais, por exemplo. A equivalência entre os valores não é algo concreto. Então, qual é a vantagem de usar o dinheirinho de brinquedo na sala de aula? A justificativa está na ideia de composição e decomposição dos números. É possível decompor um número de diversas formas diferentes; o uso das cédulas auxilia no desenvolvimento desse raciocínio.

Jogo Nunca Dez

O jogo Nunca Dez é bastante conhecido e evidencia as características do S.N.D. Você conhece as regras desse jogo? É possível jogá-lo com as peças do material dourado, com o ábaco ou com o dinheirinho, vai depender do seu objetivo.

Materiais necessários

- 1 kit de material dourado por grupo ou 1 ábaco de pinos por aluno ou 1 kit de cédulas sem valor por grupo
- 1 dado

Como se joga

1. Organize os alunos em trios ou quartetos e peça que decidam a ordem em que jogarão.
2. Cada aluno do grupo, na sua vez de jogar, lança o dado, conta quantos pontos fez e retira para si a quantidade de unidades correspondente aos pontos.
3. O número que sair nos dados dá direito a retirar apenas unidades (cubinhos no material dourado ou posicionar a argola no pino das unidades do ábaco ou moedas de 1 real).
4. Toda vez que um jogador juntar 10 unidades, deve trocá-las por 1 dezena e tem o direito de jogar novamente. Isto é, se juntar 10 unidades do material dourado, troca por uma peça que representa a dezena; se tiver mais de 10 argolas no pino da unidade do ábaco, troca 10 argolas desse pino por 1 argola no pino das dezenas; se tiver 10 moedas de 1 real, troca por uma nota de 10 reais.
5. O jogador que conseguir 10 dezenas, troca-as por uma centena (uma placa, uma argola no pino da centena ou uma cédula de cem reais).
6. Neste caso, ele é o vencedor e o jogo acaba.

Números grandes

Nas séries finais da primeira etapa do Ensino Fundamental espera-se que os alunos deem conta de interpretar e produzir escritas de números grandes, maiores que 10000.

Para além das atividades que evidenciam o valor relativo dos números nas escritas, sugerimos que se faça um trabalho sobre o significado desses números grandes no sentido de desenvolver mentalidades matemáticas. É difícil mensurarmos 1000 objetos ou quanto são 200 mil pessoas, entretanto é necessário criar uma relação de ordem de grandeza desses valores.

Uma proposta é trabalhar esses números em reportagens de revistas, jornais e internet. Apresentamos a seguir algumas explorações para números grandes a partir de um livro de Marcelo Duarte intitulado "Infográficos Olímpicos" (Panda Books, 2016).

Você conhece infográficos?

Os infográficos são peças de comunicação que utilizam uma linguagem visual intuitiva, geralmente ligada ao tema tratado, para apresentar de modo fácil informações que muitas vezes são complexas. Assim, por meio de gráficos e ilustrações elaboradas, é possível analisar dados numéricos de forma lúdica.

Que tal conhecer alguns desses infográficos?

1 - Observe o infográfico a seguir e responda o que se pede:

a) Qual continente sediou a maior quantidade de Olimpíadas?

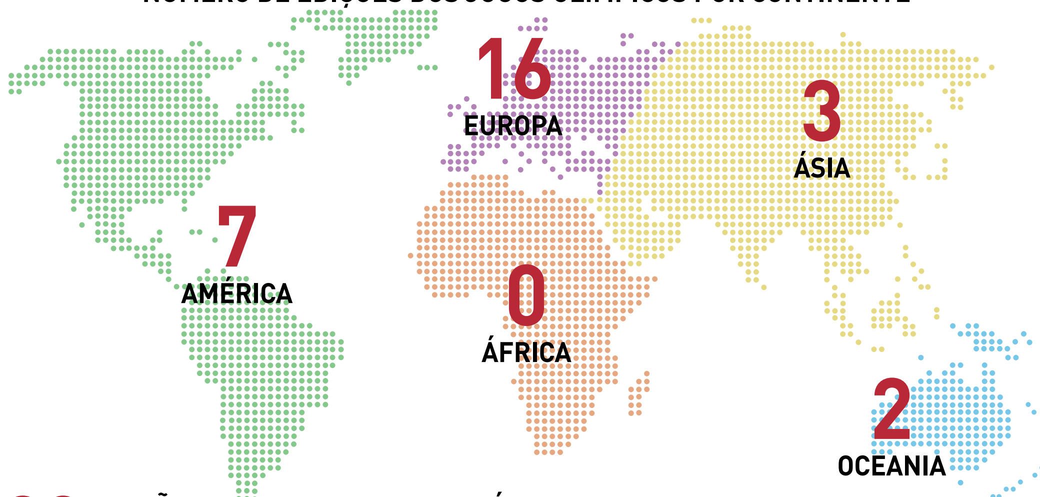
b) Em 2016 os Jogos Olímpicos foram sediados no Brasil. Quais números seriam alterados se incluíssemos as informações dessa edição?

c) Qual edição registrou o maior público presente? Você sabe o nome desse número?

d) Em quantas edições o público presente nas Olimpíadas passou de 1 milhão?

e) Pesquise na internet o público presente nos Jogos Olímpicos no Brasil. Esse valor é maior ou menor do que o recorde mostrado no infográfico?

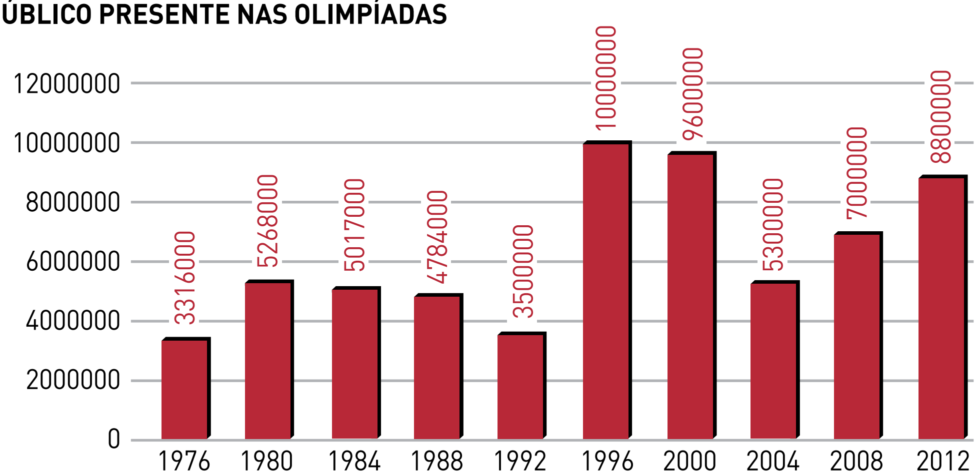
NÚMERO DE EDIÇÕES DOS JOGOS OLÍMPICOS POR CONTINENTE



30 EDIÇÕES FORAM REALIZADAS ATÉ A OLIMPÍADA DE LONDRES EM 2012

PAÍSES QUE MAIS SEDIARAM OS JOGOS

PÚBLICO PRESENTE NAS OLIMPÍADAS

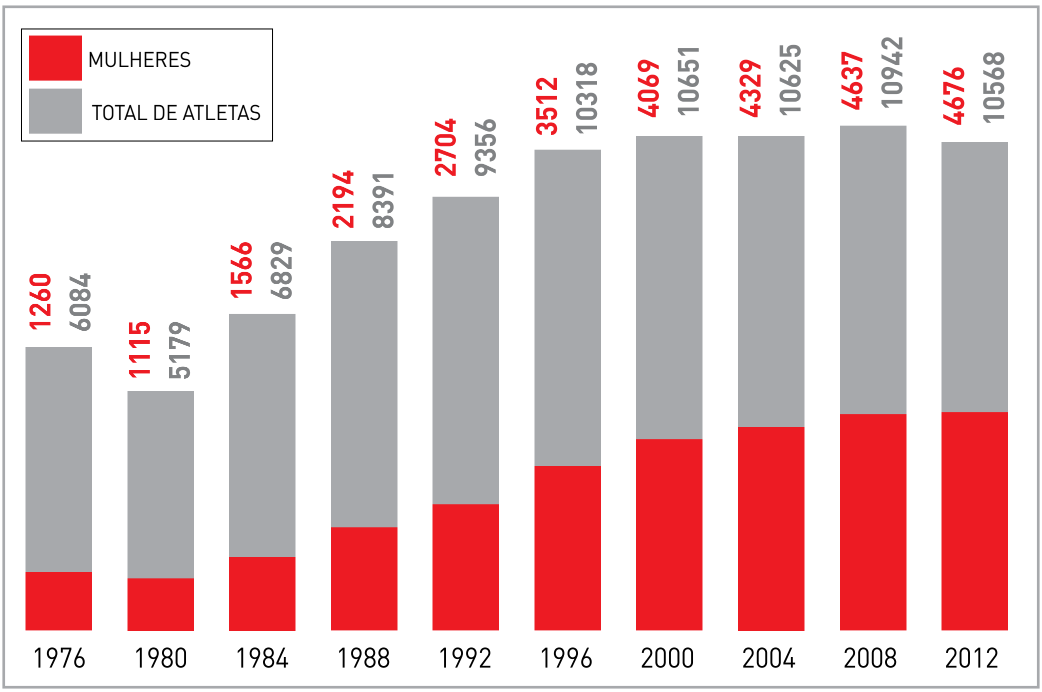


2 - O autor do infográfico chama a atenção para a participação das mulheres nos Jogos Olímpicos. Observe o infográfico e responda às perguntas a seguir. Se necessário, use a calculadora.

a) Em quantas edições, nos últimos 10 Jogos realizados, o número de mulheres foi igual ou maior à metade dos participantes?

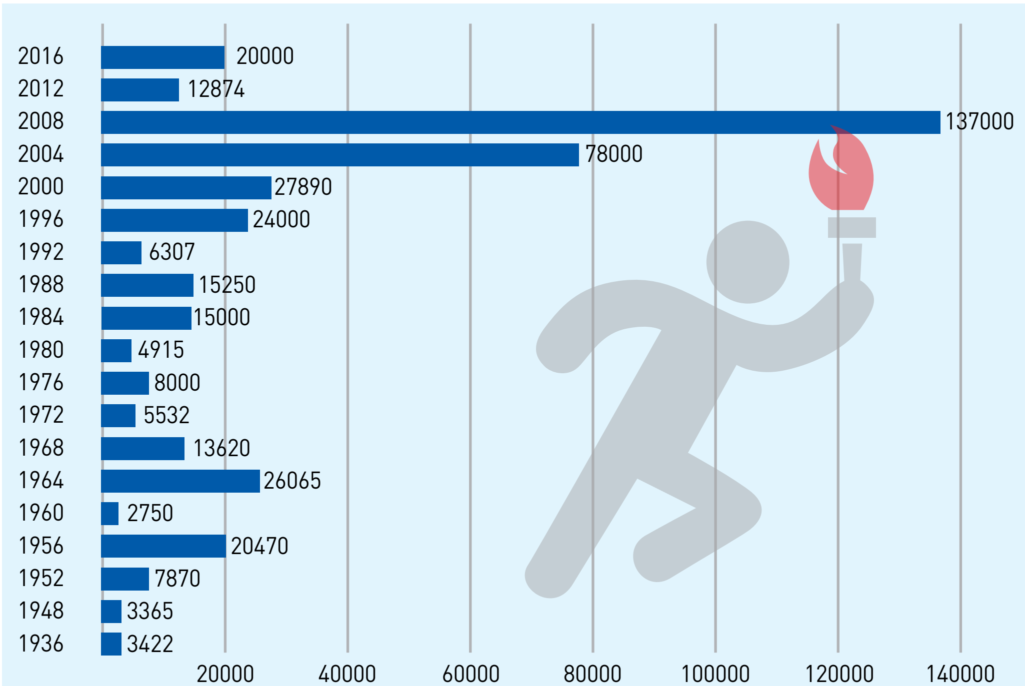
b) Em quantas edições o número de mulheres foi igual ou maior a um terço dos participantes?

PROPORÇÃO DE MULHERES NAS OLIMPÍADAS



3 - Antes das Olimpíadas começarem, a tocha olímpica é acesa na Grécia e percorre diversos países e cidades até chegar ao local dos jogos. Observe algumas informações sobre as tochas olímpicas nos anos de 1936 a 2016.

DISTÂNCIA PERCORRIDA PELA TOCHA OLÍMPICA A PARTIR DE ATENAS (em km)



a) A seguir, apresentamos uma tabela com algumas distâncias percorridas escritas por extenso. Complete com o que falta.

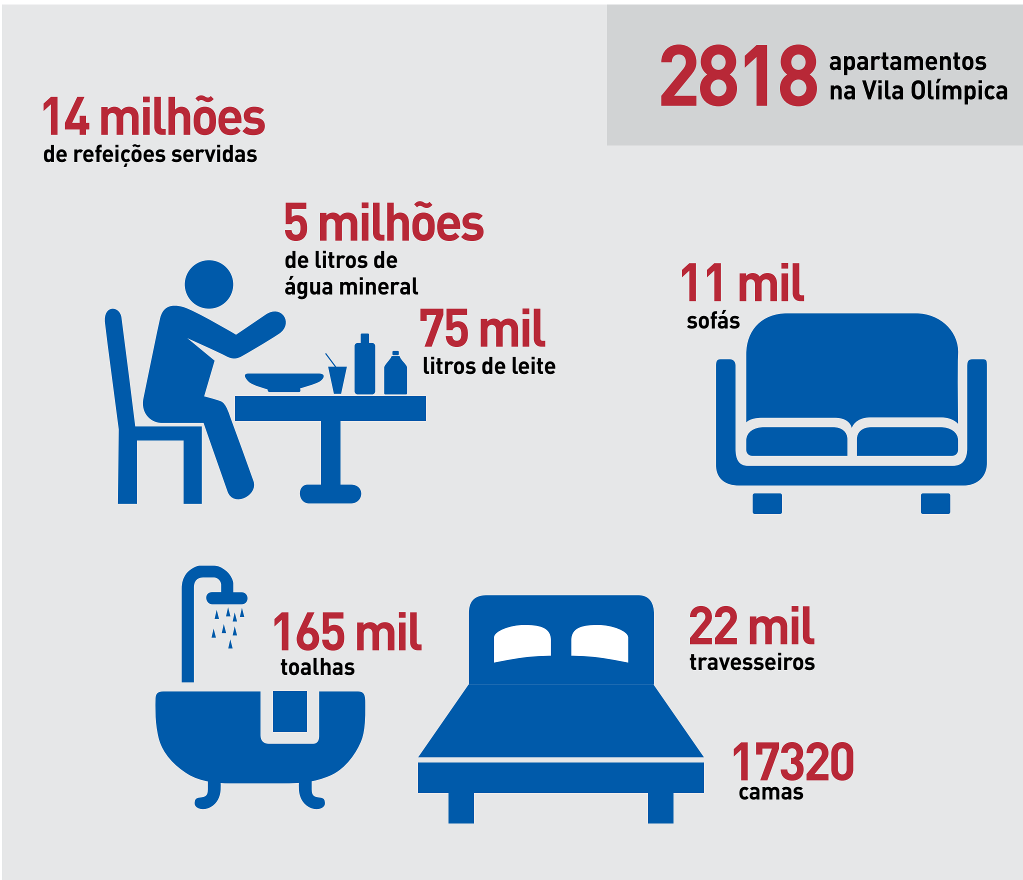
Ano da edição	Distância (em km)
	Três mil, trezentos e sessenta e cinco
	Vinte e seis mil e sessenta e cinco
1968	
1984	
	Vinte e quatro mil
	Cento e trinta e sete mil
2016	

b) Em que ano foi registrada a maior distância percorrida pela tocha olímpica?

c) Em quantas edições a distância percorrida ultrapassou a marca dos dez mil quilômetros?

4 - Em uma Olimpíada os atletas ficam hospedados na Vila Olímpica, um local com toda a estrutura necessária para hospedagem, treinamento e alimentação. Pela Vila Olímpica passam milhares de atletas e equipes técnicas. Seus números são gigantescos. Observe os números da Olimpíada de 2012, que aconteceu em Londres.

CONSUMO NA VILA OLÍMPICA EM 2012



a. O que foi mais usado na Vila Olímpica: travesseiros ou toalhas?
b. O que tinha mais na Vila Olímpica: sofás ou camas?
c. O que foi mais consumido na Vila Olímpica: leite ou água?
d. Você consegue colocar todos os números que aparecem nesse infográfico em ordem crescente?

e. O infográfico não escreve todos os números usando algarismos. Escolha 5 desses números e escreva-os por extenso e com algarismos, conforme o exemplo a seguir:

Escrita no infográfico	Escrita por extenso	Escrita em algarismos
22 mil	Vinte dois mil	22 000

5 – A última edição dos Jogos Olímpicos aconteceu em 2016 no Rio de Janeiro. Que tal fazer uma pesquisa e descobrir quais foram os números da Olimpíada brasileira? Você pode pesquisar, por exemplo: o número total de atletas, o país que ganhou mais medalhas e o que ganhou menos, e a posição final do Brasil no ranking. Vamos lá?

No livro "Infográficos Olímpicos" (Panda Books, 2016), o jornalista Marcelo Duarte utiliza muitos infográficos para mostrar curiosidades sobre as Olimpíadas. Os exercícios propostos aqui utilizaram este livro como fonte de informação.

10 20 30
40 50 60
70 80 90
50%
3+6
= 2x 100 + 4 x 10 + 6
0 100 1000 10000
8477657
6366460
1827452
1029475
7896774
enor que
x
30+70+3+7
10%
23 pares
onze doze treze

8 Conversas numéricas

Jo Boaler, em seus estudos sobre a flexibilização dos números na criação da mentalidade matemática, indica o trabalho de Ruth Parker e Kathy Rochardson sobre "conversas numéricas". Mas o que seriam essas conversas? Apresentamos a seguir um resumo das principais características desse recurso para aprender mais sobre números.

O que é

"Uma breve prática diária na qual os estudantes resolvem mentalmente problemas de cálculos e falam sobre suas estratégias." (HUMPHREYS & PARKER, 2019, p.6)

Justificativas

- Nota-se uma falta de profundidade nos conhecimentos de aritmética dos alunos.
- Oportunidade para memorizar fatos básicos e desenvolver uma compreensão conceitual de números e de propriedades aritméticas.
- Propiciam a compreensão das relações numéricas.
- Criam um ambiente no qual os alunos se sentem produzindo matemática.

A rotina (sugestão das autoras)

- Sessões de 15 minutos no início ou no fim da aula.
- Peça que os alunos afastem seus lápis.
- Escreva o problema no quadro, de preferência na horizontal para desencorajar o uso de "contas armadas", ou seja, dos algoritmos convencionais.
- Dê aos alunos tempo para pensar. Isso desmitifica a ideia de que ser bom em matemática significa ser rápido.

- Combine que quando encontrarem a resposta devem levantar seus polegares. Quando a maioria estiver levantada, registre apenas as respostas encontradas pelos alunos.

Algumas perguntas que podem ser feitas:

- Quem tem uma estratégia que gostaria de compartilhar?
- Alguém gostaria de nos convencer de que a sua resposta faz sentido?
- Quando não houver mais respostas novas, convide alguns alunos a explicarem como pensaram. Sugestões de encaminhamentos a partir da socialização das estratégias:

  - Alguém tem alguma pergunta para o Fulano?

  - Você pode falar mais sobre a estratégia que usou nessa passagem (mostre)?

  - Alguém pode explicar a pergunta do Sicrano com suas próprias palavras?
- Que conexões vocês notaram entre as estratégias que discutimos?

Observe a transcrição de algumas falas apresentadas por Humphreys e Parker em seu livro.

Problema: Duplicar 36

- "Somei 30 mais 30 e obtive 60, depois somei 6 mais 6 e obtive 12. Sessenta mais 12 é 72."
- "Multipliquei duas vezes 30 e obtive 60; depois multipliquei 2 vezes 6 e obtive 12. Sessenta mais 12 é 72."
- "Dupliquei 35 em vez disso, porque sabia que 2 vezes 35 é setenta. E depois só acrescentei mais 2 para obter 72."
- "Eu sabia que 4 vezes 9 é 36, então só fiz 8 vezes 9 e obtive 72."

As falas evidenciam uma flexibilidade no pensar sobre números, habilidade essencial para o aperfeiçoamento do sentido numérico e das mentalidades matemáticas.

A discussão sobre as conversas numéricas voltará conforme avançarmos nos estudos sobre operações e álgebra. A intenção, por enquanto, foi apenas evidenciar a relação que há entre essas conversas e o desenvolvimento de conceitos associados a números e ao Sistema de Numeração Decimal.

Anexo

BNCC – Unidades temáticas Números e Álgebra

A seguir, apresentamos um recorte da Base Nacional Comum Curricular no qual aparecem os objetos de conhecimento e habilidades das unidades temáticas de Números e Álgebra relacionados ao conteúdo deste módulo de formação.

MATEMÁTICA

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc.

Nessa direção, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.

A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações.

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais, cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras.

Nessa fase espera-se também o desenvolvimento de habilidades no que se refere à leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais por meio da identificação e compreensão de características do Sistema de Numeração Decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos. Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. [...]

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

Nessa perspectiva, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a Álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação.

A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: "Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?"

Objetos de conhecimento e Habilidades

1º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Contagem de rotina Contagem ascendente e descendente Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, indicação de ordem ou indicação de código para a organização de informações	(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.
	Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação	(EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento e outros agrupamentos.
	Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação	(EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar "tem mais", "tem menos" ou "tem a mesma quantidade".
	Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100) reta numérica	(EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros.
	Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100) reta numérica	(EF01MA05) Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica.
	Construção de fatos básicos da adição	(EF01MA06) Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas.
	Composição e decomposição de números naturais	(EF01MA07) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo.
	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)	(EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
Álgebra	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Brasil, 2018.

2º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).
	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	(EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades).
	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	(EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar "tem mais", "tem menos" ou "tem a mesma quantidade", indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
	Composição e decomposição de números naturais (até 1000)	(EF02MA04) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.
	Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração	(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.
	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)	(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.
Álgebra	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Brasil, 2018.

3º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens	(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna.
	Composição e decomposição de números naturais	(EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.
	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação Reta numérica	(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.
	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação Reta numérica	(EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.
	Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração	(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.
	Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades	(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.
Álgebra	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
	Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Fonte: Brasil, 2018.

4º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Sistema de numeração decimal: leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de até cinco ordens	(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.
	Composição e decomposição de um número natural de até cinco ordens, por meio de adições e multiplicações por potências de 10	(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais	(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.
	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais	(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.
	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais	(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.
Álgebra	Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão	(EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
	Propriedades da igualdade	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.
	Propriedades da igualdade	(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.

Fonte: Brasil, 2018.

5º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Sistema de numeração decimal: leitura, escrita e ordenação de números naturais (de até seis ordens)	(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.
	Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita	(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Álgebra	Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
	Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.

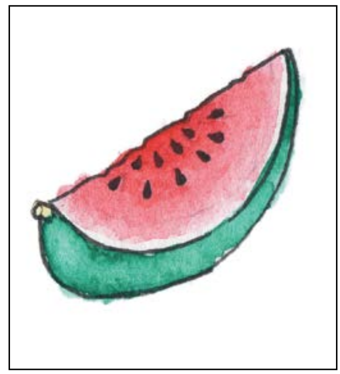
Fonte: Brasil, 2018.

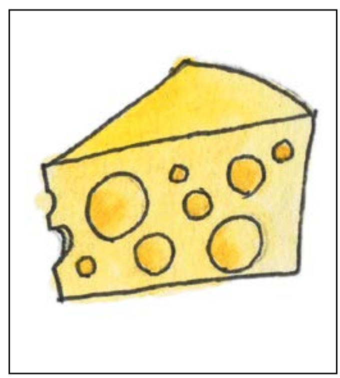
43 = 5 x 100 + 4 x 10 + 3
1212121212121212
65 decimal
duzentos e doze
672
792
3 + 4
8
24
9+1=10
cinco seis sete oito
90
900
9000
90000
900000
55
x
3+3=6
quatro
7+07+07+07
12
14
16
18
20
54
cent
45
50%
dois três quatro
15466
tos e cinquenta e seis
2000

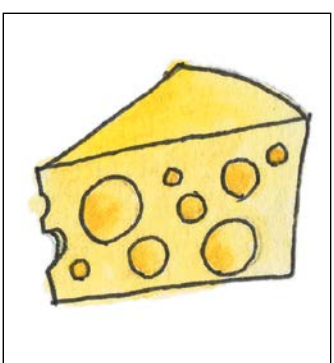
9 Apêndice

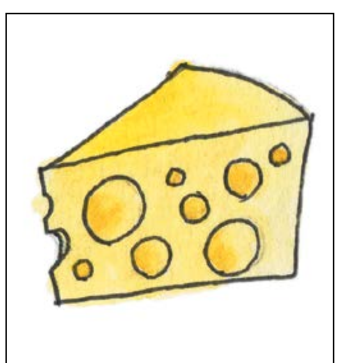
Jogo Esconde-esconde
Material: 55 figuras de alimentos.

Faça cópias das páginas e recorte.



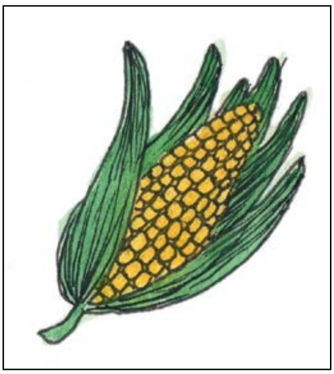
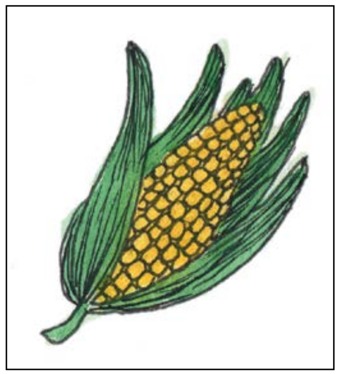


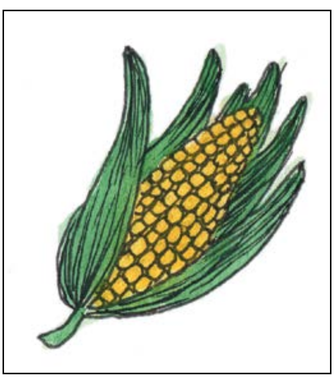
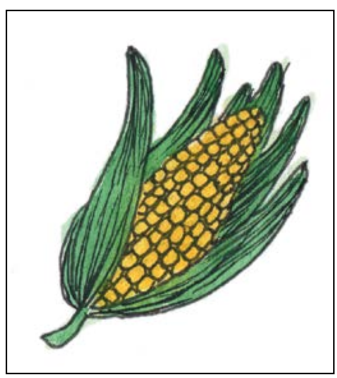
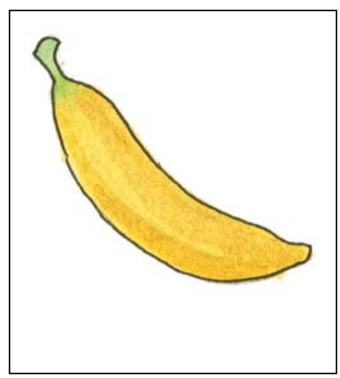
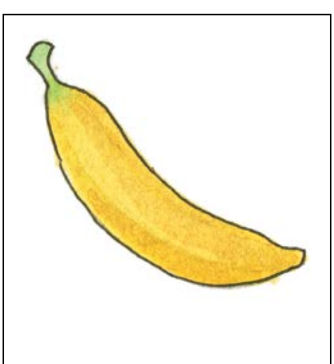
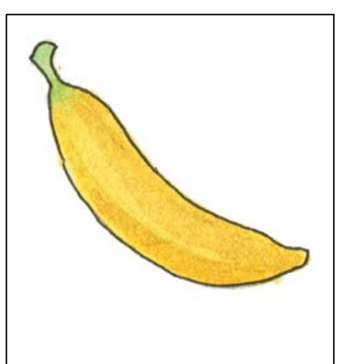
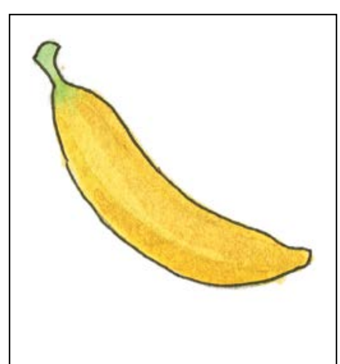


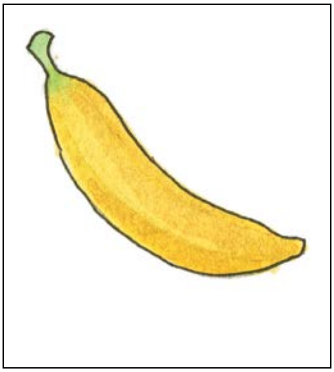


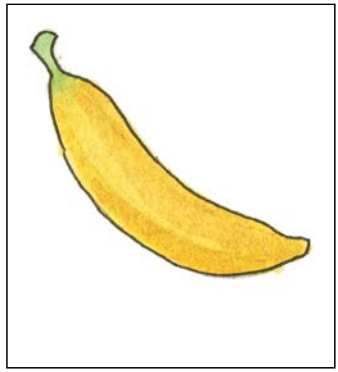

LEITE

LEITE

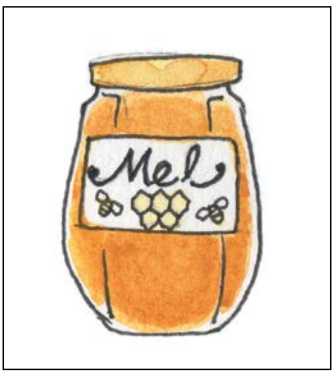
LEITE



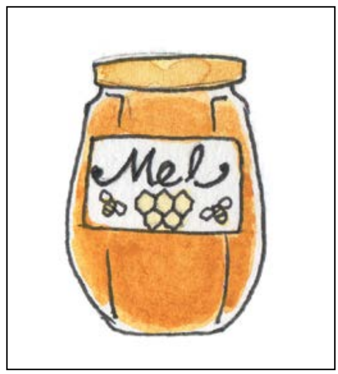









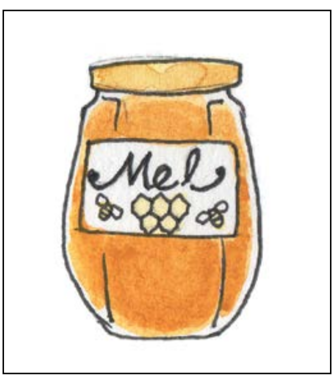


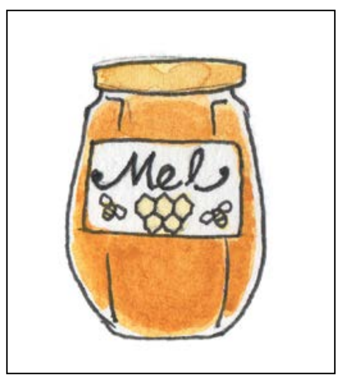

Mel


Mel

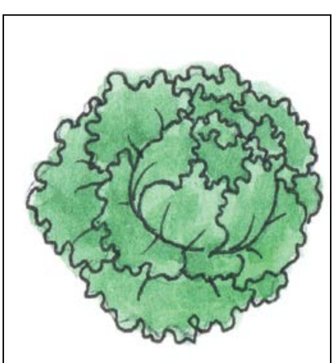

Mel

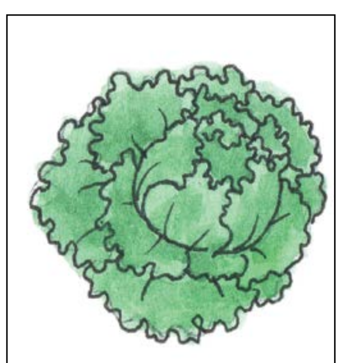

Mel

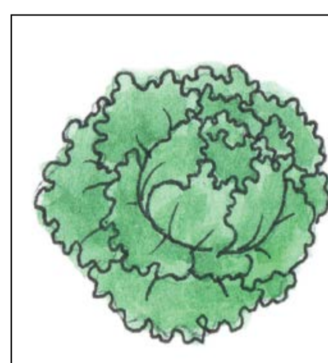

Mel

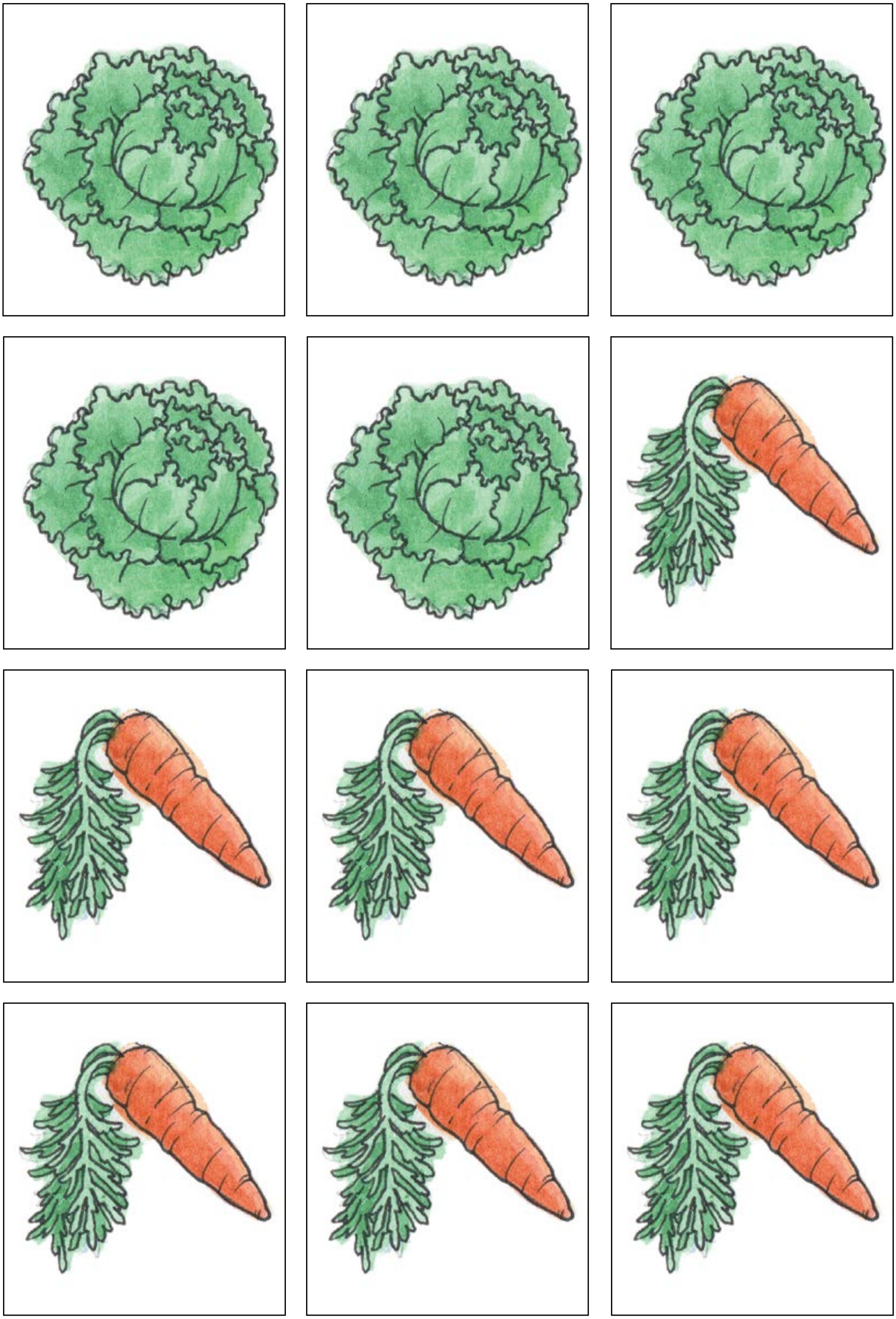

Mel

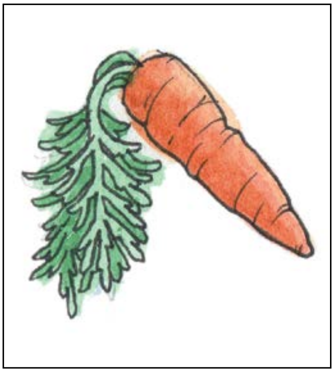
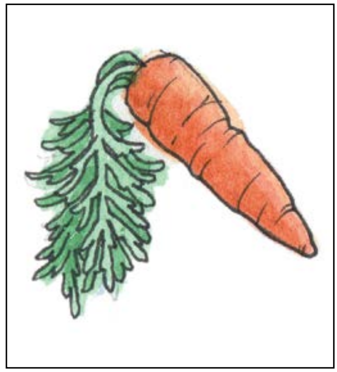

Mel











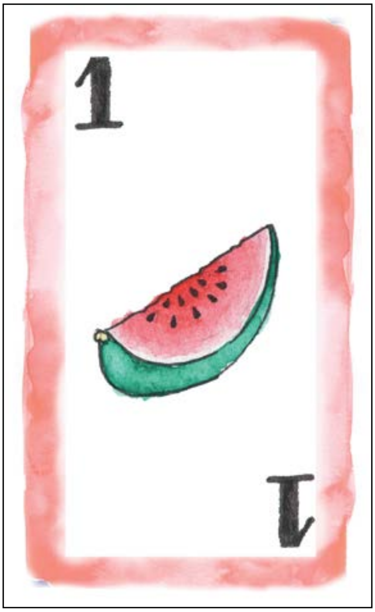


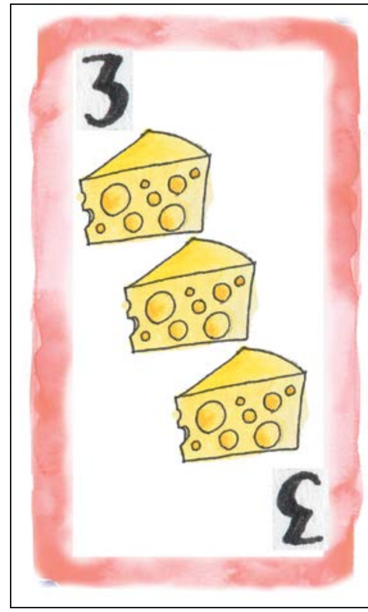


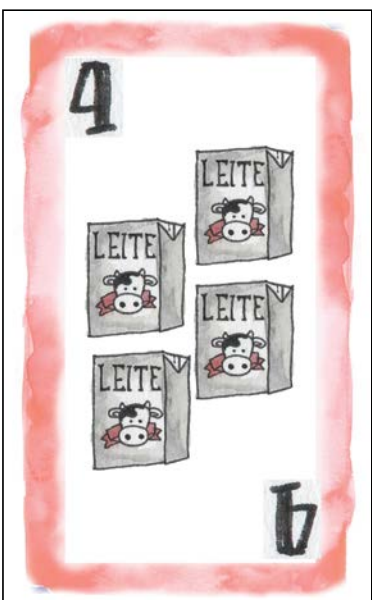


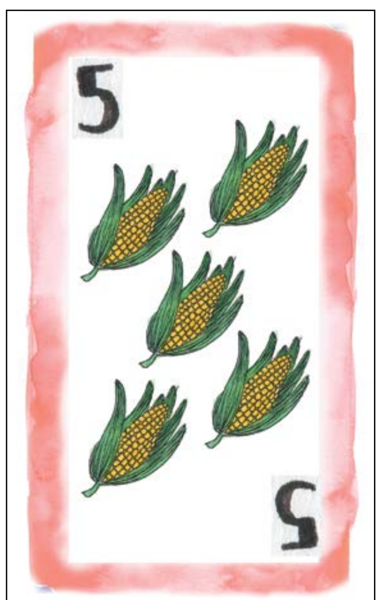
Jogo: o banquete de Camilão

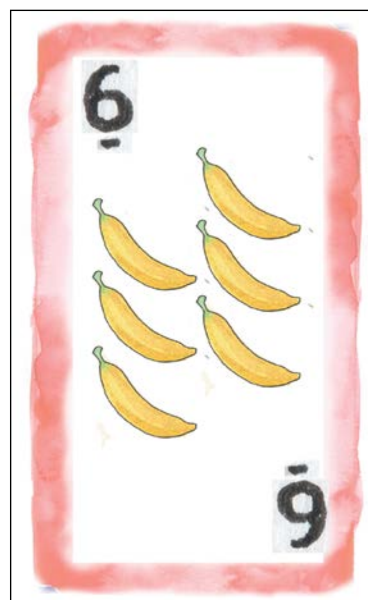
Material: 1 baralho com 10 cartas diferentes. Lembre-se que cada grupo de alunos receberá 40 cartas. Então, faça 4 cópias desta cartela para cada grupo participante do jogo.

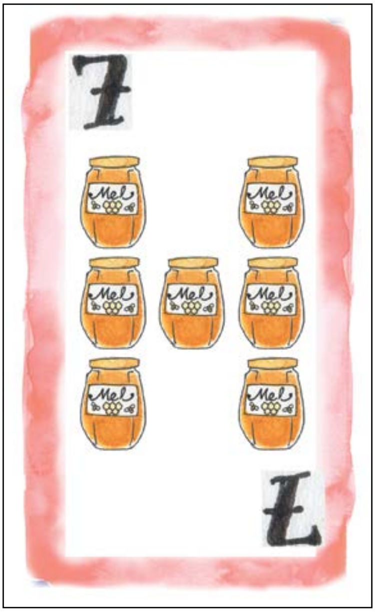


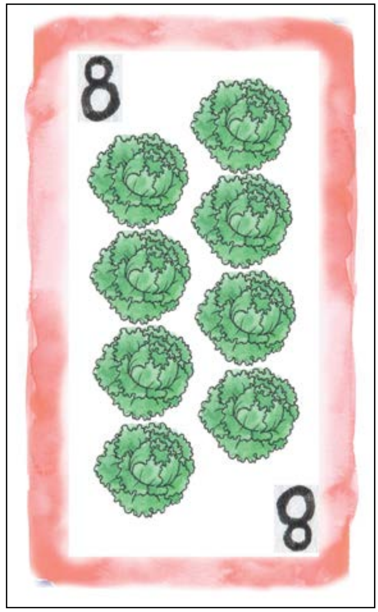


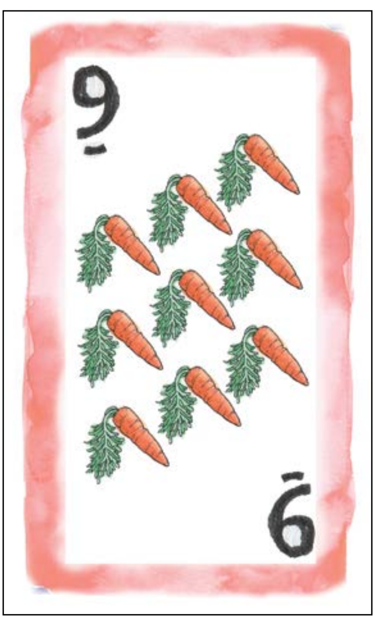


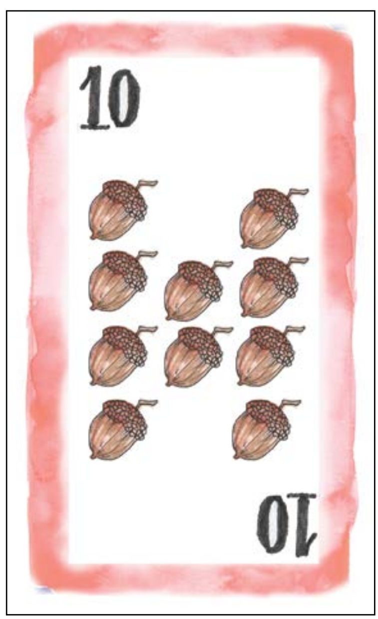





7
Mel


8


9


10

Fichas sobrepostas
Material: conjunto de 40 fichas que se sobrepõem para formar números.

3 4 5 6

1 2 20 30

10 50 60

40 80 90

70

800 900 1000 2000 3000

7	8	9

100	
200	300
400	500
600	700

4000

5000

6000

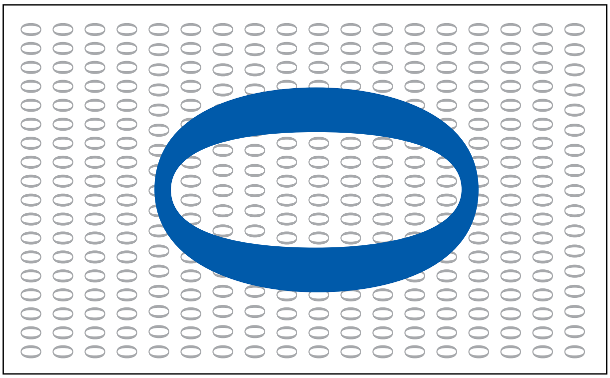
7000

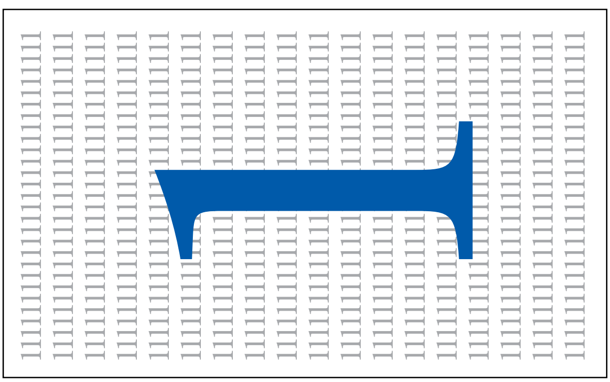
8000

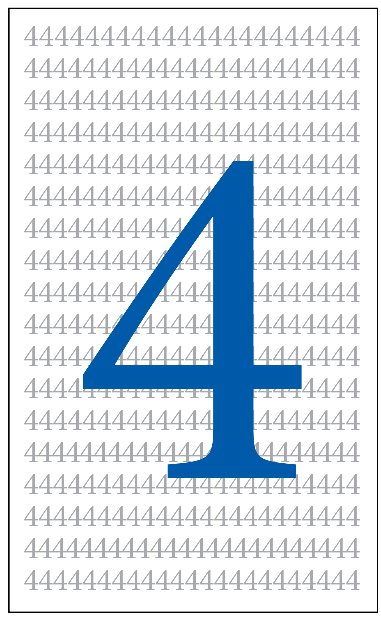
9000

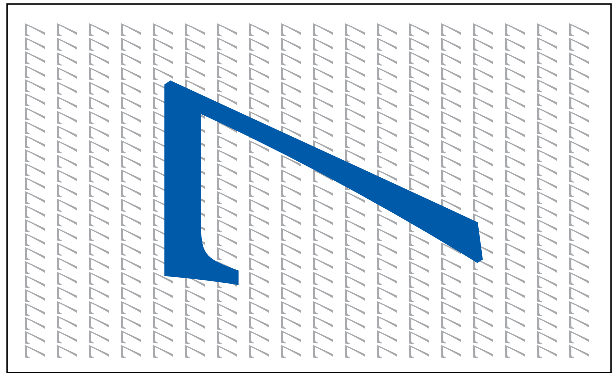
Jogo: Formando números

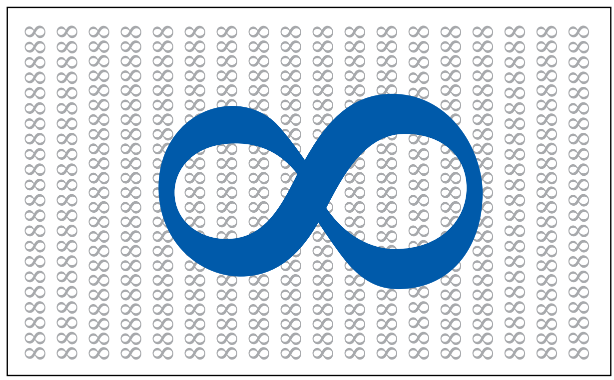
Material: 1 jogo de cartas de algarismos de 0 a 9 (Você precisará de 4 conjuntos de cartas para totalizar 40 cartas) e 15 cartas de ordens (1 cópia).

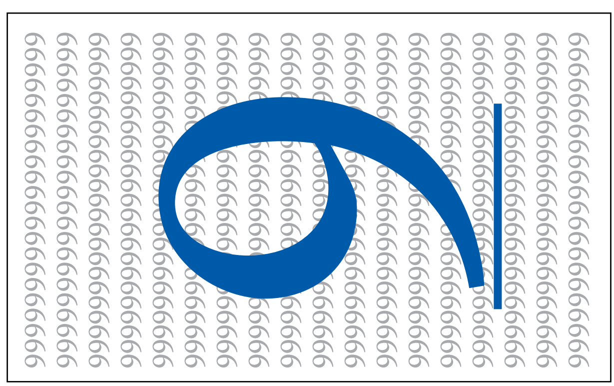












Ordens

Formar o **maior número** da rodada.	Formar o **menor número** da rodada.	Formar o **maior número par** da rodada.
Formar o **menor número ímpar** da rodada.	Formar um número **maior do que 600**.	Formar um número **menor do que 400**.
Formar um número **maior que 300** e **menor que 600**.	Formar um número **entre 600 e 800**.	Formar um número **entre 800 e 900**.
Formar o número **mais próximo de 700** na rodada.	Formar o número **mais distante de 200** na rodada.	Formar o número **mais próximo de 1000** na rodada.
Formar um número **ímpar entre 300 e 500**.	Formar um número **par maior que 250** e **menor que 650**.	Formar um número **menor que 300**.

Bibliografia

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

BRASIL **Parâmetros curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. 10v.

BRASIL. **Plano Nacional de Educação** (PNE). Brasília, DF: INEP, 2001.

BRASIL. **PCN+**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2002.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: (http://basenacionalcomum.mec.gov.br/acesso em fev.2019).

Cebola, G. *Do número ao sentido do número.* In ***Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*** (pp. 223-239). Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. Secção de Educação Matemática: 2002.

DUARTE, M. **Infográficos Olímpicos**. São Paulo: Panda Books, 2016.

GOLDSMITH, Mike. **Do zero ao infinito (e além)**: tudo o que você sempre quis saber sobre matemática e tinha vergonha de perguntar. Tradução de Fábio Storino. São Paulo: Benvirá, 2016.

HUMPHREYS, C. & PARKER, R. **Conversas numéricas**: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática. Porto Alegre: Penso, 2019.

KAMII, C; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático *in* PARRA, C e SAIZ, I. (orgs). Didática da matemática. Porto Alegre: Artmed, 1996.

MACHADO, A. M. **Camilão, o comilão**. Rio de Janeiro: Editora Salamandra, 1996.

MORENO, B. R. de. *O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª séries. In* PANIZZA, M. (org). **Ensinar e aprender matemática na educação infantil e nas séries iniciais**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. e CANDIDO, P. **Brincadeiras Infantis nas aulas de Matemática**. Coleção Matemática de 0 a 6. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SMOLE, K. S. & Diniz, M. I. (orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas – Habilidades básicas para aprender Matemática.* Porto Alegre: Artmed, 2001.

SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. e CANDIDO, P. **Jogos de Matemática de 1º a 5º ano**. Coleção Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SMOLE, K.S.; ROCHA, G., CANDIDO, P. & STANCANELLI, R. **Era uma Vez na Matemática: uma conexão com a literatura infantil**. 7ª edição São Paulo: CAEM/IME/USP, 2007.

WALLE, J. A. van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula; tradução Paulo Henrique Colonese – 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

O Desenvolvimento do senso numérico e o pensamento algébrico : módulo I / [coordenação técnica Patrícia Terezinha Cândido ; elaboração Letícia Vieira Oliveira Giordano]. -- São Paulo : Cidadela Comunicações Ltda - ME : Interação Urbana, 2019.

Bibliografia.
ISBN 978-65-992349-6-5

1. Álgebra - Estudo e ensino 2. Aprendizagem
3. BNCC - Base Nacional Comum Curricular
4. Ensino - Meios auxiliares 5. Matemática - Estudo e ensino 6. Números - Estudo e ensino 7. Solução de problemas I. Cândido, Patrícia Terezinha.
II. Giordano, Letícia Vieira Oliveira.

20-45159 CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Educação matemática 510.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

Este livro foi editado por Cidadela Editora e Act Design Gráfico nas tipologias
Dinot regular e bold (textos) e Museo black (título), para Interação Urbana.
1ª edição / 1ª reimpressão
São Paulo, julho de 2021

Esta publicação integra o material pedagógico produzido e adotado
pela Interação Urbana no projeto Klabin Semeando Educação.